



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

MODUL PŘÍRODOVĚDNÝ



Název projektu: **Skupinová výuka mimořádně nadaných dětí na Úvoze II**

Registrační číslo projektu: **CZ.1.07/1.2.17/02.0051**

Autoři: **Mgr. Radek DOLEŽAL, Mgr. Otakar NĚMECKÝ, Mgr. Miloš PŘINOSIL**

Úvod

Následující text vznikl během realizace projektu Skupinová výuka mimořádně nadaných dětí na Úvoze II. Jedná se o materiály v podobě pracovních listů, testů, her či projektů, které mají pedagogům a dětem pomoci při probírání učiva fyziky, chemie, matematiky, přírodopisu a zeměpisu. Jejich cílem ale často není pouze základní učivo, ale úkoly, které budou náročnější, složitější a budou vyžadovat od žáků nejen znalosti, ale především pochopení a vlastní iniciativu při jejich studiu a řešení.

Jednotlivé výukové materiály budou obsahovat i řešení či ukázkou možnosti vypracování daných úkolů. Některé mohou sloužit hlavně pedagogům jako inspirace pro práci s nadanými žáky, většinou se však bude jednat o takové materiály, které lze žákům nakopírovat k samostatnému vypracovávání. Na některých místech je zejména z důvodů přehlednosti a úspory místa uvedeno řešení úkolů nebo příkladů přímo v textu, který se žákům tiskne. V takovém případě ponecháváme volnou ruku k jakékoliv kreativní úpravě materiálu pedagogem pro své vlastní potřeby.

Věříme, že tento soubor materiálů bude užitečnou a vítanou pomůckou pedagogům, kteří hledají náročnější či rozšiřující úkoly pro žáky, kteří základní učivo zvládají bez obtíží a u kterých by byla škoda, kdyby se dále nerozvíjely jejich schopnosti a neprohluboval jejich zájem.

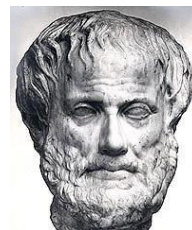
Obsah

Obsah	3
Struktura látek.....	4
Modely atomu.....	6
Síla	14
Měření síly.....	16
Newtonovy zákony.....	20
Čočky	29
F í čísla.....	35
Po stopách Fernão de Magalhãese	44

Struktura látek

Že se látky skládají z **atomů** a **molekul** dnes ví i malé děti. Tato znalost ale povětšinou pramení z toho, že jim tato skutečnost byla sdělena jako hotová věc, zpravidla bez hlubšího vysvětlení. Můžeme však takovéto znalosti považovat za poctivě získané a také uvěřitelné? Protože nám to řekl někdo, komu věříme? Protože si to myslí většina? Jistě ne.

Možná bychom se až divili, kolika lidem ale tyto uvedené argumenty stačily. Celý středověk byl ovlivněn antickými znalostmi, především potom učením **Aristotela** ze Stageiry. Silná osobnost tohoto filozofa způsobila, že teorie atomismu byla na mnoho set let zavrhována, protože Aristoteles nepatřil k jejím příznivcům. Naopak. Tvrdil, že látku je možno dělit donekonečna, nemá v sobě žádné mezery, její struktura je tedy **spojitá**.



Už ale v Aristotelově době existoval i druhý proud myslitelů. Tedy těch, kteří tvrdili, že látku nelze donekonečna dělit a že musíme narazit na část hmoty, kterou již nebude možné rozříznout ani tím nejostřejším nožem. Struktura hmoty je podle nich **diskrétní**. Mezi hlavní zastánce a tvůrce této teorie nazývaní **atomismus** patřil **Démokritos** z Abdér.



a) Od které doby si myslíte, že má lidstvo naprostou jistotu (tedy experimentální důkaz) toho, že látky jsou složené z atomů a molekul, tedy že jejich struktura je diskrétní?

b) Odpovězte si na otázku, jste-li skutečně pevně a neochvějně přesvědčeni o tom, že látky jsou složené z atomů. Pokud ano, máte pro toto tvrzení nějaký argument? Napište ho.

Pokud si při odpovědi na tyto otázky poctivě přiznáte, že si zase tak jistí nejste nebo že moc nevíte, nezoufejte, určitě nejste sami. V běžných hodinách fyziky a chemie totiž není zpravidla dostatek prostoru pro to, aby se tato tematika rozebírala podrobněji a je zde tedy položena formou, že tohle přece každý ví. Je to něco, o čem se nemusíme nijak přesvědčovat. Kdo by však stál o cestu vedoucí k atomismu jako potvrzené a dobře experimentálně odůvodněné teorii tak, jak historicky probíhala, tomu nabízím článek docenta Aleše Laciny „Atom – od hypotézy k jistotě“, který je možné nalézt na internetové adrese: <http://www.physics.muni.cz/kof/clanky/atom.pdf>.

Odpovědi na otázky:

a) Od roku 1908, analýza Brownova pohybu provedená J. B. Perrinem.

b) Nabízí se několik možností, například:

Ne. (v tom případě čtěte dále)

Ano, atomy vidíme moderními mikroskopy. (to ano, ale takové přístroje máme až v posledních několika letech, navíc princip jejich fungování je pro nás nepředstavitelný)

Ano, věděli to už ve starém Řecku. (nevěděli, jen se domnívali, a zdaleka ne všichni, spíš jen menšina)

Použité obrázky:

Aristoteles – Store norske leksikon [online]. ©2014 [cit. 2014-3-20]. Dostupné z:
<https://snl.no/Aristoteles>

Demokritos [online]. ©2002 [cit. 2014-3-20]. Dostupné z:
<http://www.energyweb.cz/web/>

Modely atomu

V minulém oddíle jsme se dozvěděli, že každá látka se skládá z nepatrných částic. Tyto částice jsme nazvali atomy (z řeckého atomos – nerozříznutelný), tedy dále mechanicky nedělitelné částice. Atomy se dokážou spojovat v molekuly. Ty potom tvoří složitější struktury a sloučeniny, ze kterých jsou tvořeny části těles nebo tělesa, které vnímáme našimi smysly.

Jak ale atom vlastně vypadá? Jaká je jeho vnitřní struktura, pokud tedy nějaká je? Je opravdu dále nedělitelný? Jaké má vlastnosti? Na čem tyto vlastnosti závisí?

Tyto a mnoho dalších otázek vyvstalo už dlouho předtím, než byla sama existence atomu experimentálně potvrzena. Navíc samotná existence atomů ještě nic neříkala o jejich případné vnitřní struktuře. Není tedy divu, že na toto téma vzniklo několik názorů a vědci na základě úvah o vlastnostech látek vyvinuli mnoho možných podob atomů.

Nejdříve se ale podívejme hlouběji do světa, který nedokážeme vnímat našimi smysly. K této cestě do mikrosvěta doporučuji článek docenta Aleše Laciny „Deset kroků do mikrosvěta“. Jde o poměrně náročný článek, v mnoha aspektech srozumitelný až pro studenty středních škol, ale hlavní myšlenky dokáže sledovat i bystrý žák základních škol. Článek najdete na webové adrese: <http://www.physics.muni.cz/kof/clanky/desetkroku.pdf>.

Pokuste se s pomocí tohoto článku odpovědět na tyto otázky:

1) Proč si myslíme, že látky se skládají z atomů?

(experimentálně dokázáno analýzou Brownova pohybu J. B. Perrinem v roce 1908)

2) Proč si myslíme, že atomy mají vnitřní strukturu?

(především existence radioaktivity – samovolná přeměna atomů jednoho druhu v atomy jiného druhu)

3) Co je to elektron?

(velmi malý mikroobjekt, velká pronikavost, nesoucí záporný elektrický náboj stejně velký, jako je elektrický náboj protonu)

4) Proč si myslíme, že atomy jsou elektricky neutrální?

(zředěné plyny za normálních okolností elektrický proud nevedou – jsou izolanty, po zahřátí už však proud vedou, tedy elektrony jsou součástí každého atomu)

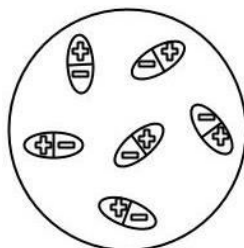
5) Proč si myslíme, že je atom složen z malého těžkého kladného jádra a rozlehlého lehkého záporného obalu?

(jádro – velikost odpudivé elektrické síly na kladné nalétající α částice byla tak velká, že jádro musí být velmi malé, obal – elektrony, snadno se uvolňují)

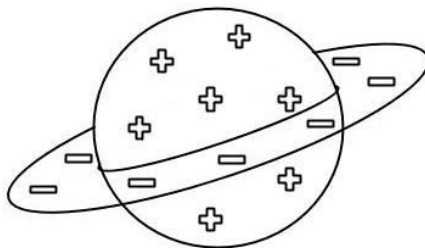
První modely atomu

(počátek 20. století)

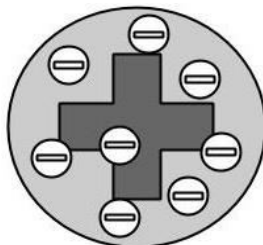
- **Lenardův (dynamidový)** – předpokládá, že atom tvoří neuspořádané dvojice proto-elektron. Tyto dvojice nazval dynamidy.



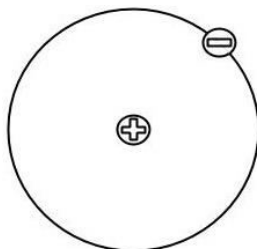
- **Nagaokův (saturnský)** – inspirací pro tento model byla planeta Saturn se svým výrazným prstencem. Atom tedy vypadá tak, že kladný náboj je planeta, elektrony tvoří prstenec.



- **Thomsonův (pudingový)** – kladný náboj tvoří jakoby těsto, v něm pak elektrony jako rozinky.



- **Rutherfordův (planetární)** – velmi malé jádro s protony; elektrony obíhají kolem jádra jako měsíce kolem planet

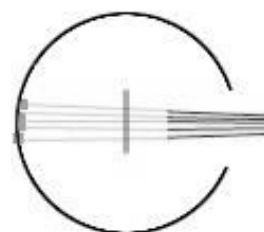
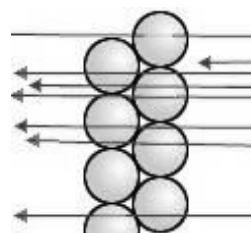


- **Bohrův (vodíkového typu)** – velmi malé jádro s protony; elektrony neobíhají, ale vyskytují se kolem jádra v obalu, mají jen určité hodnoty energie (energiové hladiny), energii mohou vyzařovat nebo přijímat pouze po určitém množství (kvantech)

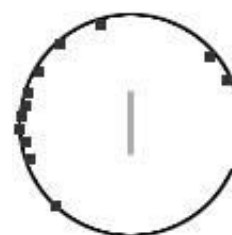
Problémy prvních modelů atomu

Každý z modelů se snažil vysvětlit experimentální výsledky jevů, které v té době byly známy. Například radioaktivitu, spektrální čáry, elektrickou vodivost. Kde některý model vykazoval nadprůměrně dobré vysvětlení jednoho jevu, často nedokázal vysvětlit (nebo dokonce rozporoval) jev jiný.

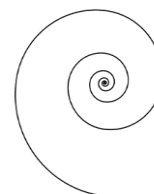
Hledaly se tedy experimentální možnosti, které by pomohly nahlédnout hlouběji do struktury atomu. Takto se v roce 1909 pokusil Ernest Rutherford experimentálně potvrdit Thomsonův model atomu, který byl v té době obecně velmi dobře přijímaný. Navrhl experiment, kdy bude tenkou zlatou fólií (zlato bylo použito z toho důvodu, že se dá dobře vykovat do velmi tenké vrstvy) ostřelovat α částicemi (heliovými jádry, tzn. částicemi složenými ze dvou protonů a dvou neutronů). Elektrický náboj těchto částic byl tedy kladný. Výsledek, který by potvrdil uspořádání atomu podle Thomsona, měl být takový, že se tato částic od svého původního směru neodchýlí takřka vůbec, nebo jen nepatrně. Důvod je jednoduchý – z teorie o elektrickém působení nabitých částic plyne, že stejně nabitě částice se odpuzují. Tato odpuzivá síla je tím větší, čím blíže se částice sobě nachází. Protože je ale v Thomsonově modelu kladný náboj rozprostřen rovnoměrně po celém atomu, α částice touto hmotou projde pouze s mírným odporem a případně mírným vychýlením. K mírnému vychýlení dojde tehdy, když α částice nebude mířit přímo na střed atomu, ale kousek mimo. Potom odpuzivé účinky větší kladné části budou větší než odpuzivé účinky menší kladné části atomu a α částice bude mírně vychýlena směrem od větší kladné části atomu. Odchyšky se odhadovaly v řádu jednotek stupňů.



Experimentální výsledky však ukazovaly něco zásadně jiného. Totiž že se α částice odchylovaly o daleko větší úhly, než se očekávalo (desítky stupňů). Docházelo navíc dokonce k tomu, že některé částice byly detekovány v prostoru před zlatou fólií, tedy že došlo k odrazu od fólie. Na základě těchto experimentálních výsledků neměl Rutherford jinou možnost, než konstatovat, že vnitřní uspořádání atomu nemůže odpovídat tomu, jak navrhl Thomson ve svém modelu. Po výpočtech beroucích v úvahu rychlost nalétajících α částic a velikost silového působení potřebnou k tomu, aby se α částice odrazila zpět, dospěl k závěru, že kladný náboj atomu se musí nalézat na velmi malém prostoru, který je asi 100 000-krát menší než celý atom.

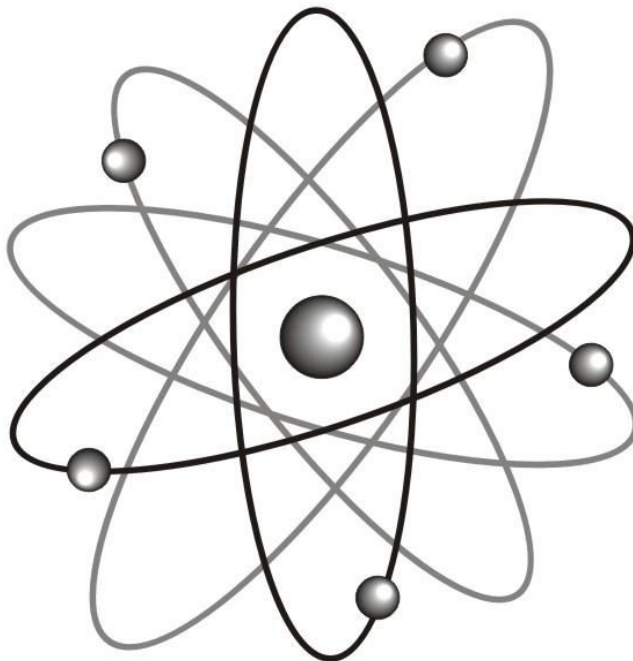


Tak přišel Rutherford s vlastním modelem atomu – velmi malé jádro s elektrony obíhajícími kolem jako měsíce kolem planet. Ani tento model však nebyl bez vady. Elektron pohybující se takto kolem jádra by totiž postupně ztrácel energii a jeho trajektorie by tedy byla spirálovitá, až by nakonec na jádro spadl. Atomy by tudíž nebyly stabilní, což je ale v rozporu se známou realitou. Kdyby doba, než elektron na jádro spadne, byla v řádech milionů či miliard let, nebyl by v tom problém. Výpočty ale ukázaly, že k tomuto pádu by došlo ve zlomku sekundy.



S východiskem přišel Niels Bohr, který sice převzal rámcovou podobu modelu atomu od Rutherforda, vylepšil ji ale o to, že elektrony energii neztrácí, nejsou tím pádem nestabilní. energii mohou přijímat nebo ztrácet jen po určitých množstvích (kvantech).

Tímto výčet modelů atomů nekončí, ale ty další si nechejme opravdu až na střední a vysokou školu. Jen ještě poznamenejme, že ten správný model atomu se hledá dodnes.



Použité obrázky:

Rutherfordův výsledek [online]. ©1999 [cit. 2014-3-25]. Dostupné z:
http://www-hep2.fzu.cz/adventure/rutherfords_result.html

Spiral | ClipArt ETC [online]. ©2007 [cit. 2014-3-25]. Dostupné z:
http://etc.usf.edu/clipart/42600/42644/spiral_42644.htm

Postulaty Bohra, a model atomu wodoru [online]. ©2014 [cit. 2014-3-25]. Dostupné z:
<http://niels-bohr.strefa.pl/>

Křížovka

Vyplň prázdná pole křížovky podle nápovědy. Zjisti, co slovo v tajence znamená.

1.												
2.												
3.												
4.												
5.												
6.												
7.												
8.												
9.												
10.												
11.												
12.												
13.												
14.												

Nápověda:

1. Přístroj, kterým zjišťujeme, je-li těleso elektricky nabitě.
2. Kolem elektricky nabitých těles nebo částic se nachází elektrické ... (doplň).
3. Atom má za běžných podmínek stejný počet kladně i záporně nabitých částic, je tedy elektricky ... (doplň).
4. Atom, který ztratí jeden nebo více elektronů.
5. Příjmení tvůrce tzv. pudingového modelu atomu.
6. Kladně elektricky nabitá částice v jádře atomu.
7. Část atomu obsahující elektrony.
8. Značíme F a vyjadřuje míru vzájemného působení.
9. Příjmení fyzika, který prováděl rozptylové experimenty s α částicemi a zlatou fólií.
10. Atom, který přijme jeden nebo více elektronů.
11. Částice v jádru atomu, která není elektricky nabitá.
12. Elektricky nabitá částice.
13. Záporně elektricky nabitá částice nacházející se v obalu atomu.
14. Nejmenší částice hmoty.

Tajenka:

Křížovka – řešení

1.		E	L	E	K	T	R	O	S	K	O	P
2.		P	O	L	E							
3.			N	E	U	T	R	Á	L	N	Í	
4.				K	A	T	I	O	N	T		
5.				T	H	O	M	S	O	N		
6.			P	R	O	T	O	N				
7.				O	B	A	L					
8.				S	Í	L	A					
9.		R	U	T	H	E	R	F	O	R	D	
10.				A	N	I	O	N	T			
11.	N	E	U	T	R	O	N					
12.				I	O	N	T					
13.	E	L	E	K	T	R	O	N				
14.				A	T	O	M					

Tajenka: **ELEKTROSTATIKA** – tedy část fyziky zabývající se studiem vlastností elektricky nabitých těles, silovým působením, pokud jsou tato tělesa v klidu

Struktura látek – opakování

Varianta A

- 1) V jádru atomu jsou *kladně / záporně* nabitě částice, kterým říkáme *protony / neutrony / elektrony / nukleony*.
- 2) Těleso jsme zelektrovali. Je teď *kladně* nabitě. *Dodali / Odebrali* jsme mu několik *protonů / elektronů / neutronů / nukleonů*.
- 3) Co je to aniont?
- 4) Jak na sebe budou silově působit elektricky nabitě částice v následujícím obrázku:

- 5) Co je to Brownův pohyb?
- 6) Co je to molekula?

Varianta B

- 1) V obalu atomu jsou *kladně / záporně* nabitě částice, říkáme jim *protony / neutrony / elektrony / nukleony*.
- 2) Těleso jsme zelektrovali. Je teď *záporně* nabitě. *Dodali / Odebrali* jsme mu několik *protonů / elektronů / neutronů / nukleonů*.
- 3) Co je to kationt?
- 4) Jak na sebe budou silově působit elektricky nabitě částice v následujícím obrázku:

- 5) Co je to difúze?
- 6) Co je to prvek?

Struktura látek – opakování – řešení

Varianta A

- 1) V jádru atomu jsou kladně / záporně nabité částice, kterým říkáme protony / ~~neutrony~~ / ~~elektrony~~ / ~~nukleony~~.
- 2) Těleso jsme zelektrovali. Je teď kladně nabitě. ~~Dodali~~ / Odebrali jsme mu několik ~~protonů~~ / elektronů / ~~neutronů~~ / ~~nukleonů~~.
- 3) Co je to aniont?
Záporně nabitá částice.
- 4) Jak na sebe budou silově působit elektricky nabitě částice v následujícím obrázku:

 Budou se odpuzovat.
- 5) Co je to Brownův pohyb?
Neustálý neuspořádaný pohyb částic.
- 6) Co je to molekula?
Látka složená ze dvou a více atomů (stejného či různého druhu).

Varianta B

- 1) V obalu atomu jsou ~~kladně~~ / záporně nabitě částice, říkáme jim ~~protony~~ / ~~neutrony~~ / elektrony / ~~nukleony~~.
- 2) Těleso jsme zelektrovali. Je teď záporně nabitě. Dodali / ~~Odebrali~~ jsme mu několik ~~protonů~~ / elektronů / ~~neutronů~~ / ~~nukleonů~~.
- 3) Co je to kationt?
Kladně nabitá částice.
- 4) Jak na sebe budou silově působit elektricky nabitě částice v následujícím obrázku:

 Budou se přitahovat.
- 5) Co je to difúze?
Samovolné pronikání částic jedné látky mezi částice druhé látky.
- 6) Co je to prvek?
Látka složená z atomů stejného druhu.

Síla

Velmi důležitou fyzikální veličinou, se kterou se budeme setkávat na mnoha místech fyziky, je **síla**. Proto je jistě dobré vědět o ní co nejvíce. Projdeme si tedy postupně tuto veličinu od základní definice přes značení, účinky, znázornění, měření a skládání.



Síla je fyzikální veličina, která vyjadřuje míru vzájemného působení těles (jak moc na sebe daná tělesa působí).

Značíme ji písmenem **F** z anglického výrazu pro sílu – force.

Základní jednotkou je **N** (newton) na počest anglického fyzika a matematika Isaaca Newtona, který se ve svém životě významně zabýval silami a jejich účinky (dnes bychom řekli dynamikou). Rozměr této jednotky v základních jednotkách soustavy SI je $\frac{kg \cdot m}{s^2}$.



Základní **účinky** síly jsou v zásadě dvojího druhu – **pohybové** a **deformační**. Síla tedy dokáže měnit pohybový stav tělesa, nebo měnit tvar tělesa. Změna tvaru (deformace) pak v závislosti na materiálu daného tělesa a velikosti působící síly může být buď **dočasná** (zmáčknutí pěnového míčku), nebo **trvalá** (ohnutí kovové lžičky, zlomení křídly).



Použité obrázky:

Sir Isaac Newton [online]. ©2012 [cit. 2014-3-30]. Dostupné z:
<http://www.fromoldbooks.org/Aubrey-HistoryOfEngland-Vol3/pages/vol3-401-Sir-Isaac-Newton/>

Síla klipart [online]. ©2014 [cit. 2014-3-30]. Dostupné z:
<http://www.canstockphoto.cz/ilustrace/vzp%C3%ADr%C3%A1n%C3%AD.html>

Zahnutá lžice na chuťovky [online]. ©2014 [cit. 2014-3-30]. Dostupné z:
<http://www.edekor.cz/cz/zahnutá-lžice-na-chutovky-sada-6-ks>

Znázornění síly

Síla patří mezi fyzikální veličiny, které nazýváme **vektorové**. To stručně znamená, že tato veličina nemá pouze velikost, ale také směr. Jak tedy sílu co nejšikovněji znázornit? Bylo by dobré, abychom ji dokázali do náčrtků znázorňovat něčím, co nám od pohledu řekne následující údaje:

- velikost síly
- směr působení
- místo, ve kterém síla na těleso působí (tzv. působíště síly)

Po chvíli přemýšlení vás pravděpodobně napadne, že všechny tyto údaje dokáže v náčrtku zachytit šipka. Pro znázornění síly budeme skutečně používat šipku, neboli orientovanou úsečku, které se odborně říká **vektor** (a odtud název „vektorová fyzikální veličina“). Fakt, že jde o vektorovou fyzikální veličinu, se zpravidla značí tak, že se nad označení veličiny udělá malá šipka ($\vec{F}$), nebo se značka veličiny napíše tučným písmem (**F**). Jak nám tedy vektor znázorní potřebné údaje?

- velikost síly – délka vektoru
- směr působení – natočení vektoru
- působíště síly – jeden z krajních bodů, nejčastěji ten počáteční (bez šipky)

Pro lepší představu si znázornění sil ukažme na jednoduchém příkladu:

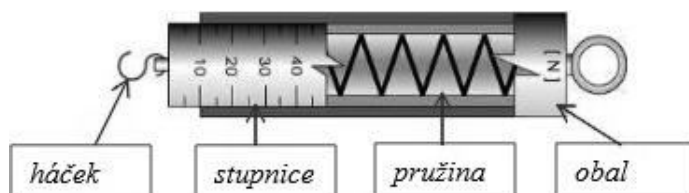


Síla F_1 je na první pohled větší než síla F_2 . Také vidíme, že obě síly působí v různých místech tělesa a každá jiným směrem.

Měření síly

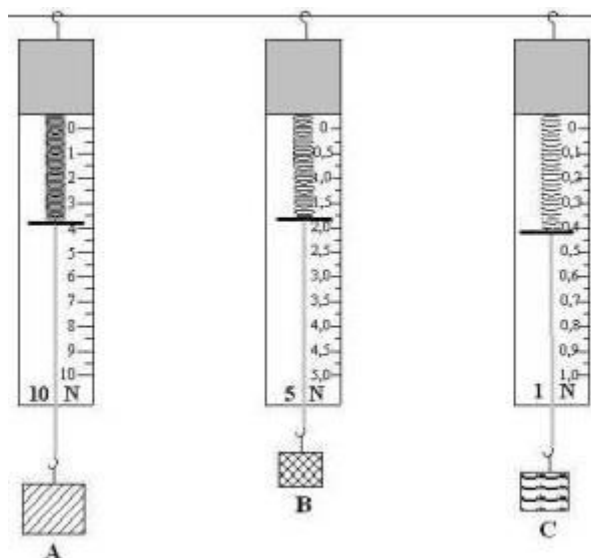
Sílu potřebujeme velmi často měřit. Zařízení, kterým se síla měří, se nazývá **siloměr**. Je to poměrně jednoduché zařízení, které se zpravidla skládá z následujících částí:

- pružina
- obal
- stupnice
- háček



Pružina má v daném měřicím rozsahu tu výhodnou vlastnost, že velikost jejího prodloužení je přímo úměrná velikosti zavěšeného závaží. Tento jev popisuje Hookův zákon.

Důležité je, že pro blízkost povrchu Země platí, že každých 100 gramů hmoty je přitahováno silou 1 N. Blízkost povrchu bereme v porovnání s poloměrem Země. Tato blízkost tedy znamená vzdálenost klidně desítky i stovky kilometrů nad zemským povrchem.



Použité obrázky:

Siloměr [online]. ©2013 [cit. 2014-4-8]. Dostupné z:

<http://www.zsvysoka.cz/silomer/d-1217/p1=1255>

Tři siloměry [online]. ©2006 [cit. 2014-4-8]. Dostupné z:

http://physics.ujep.cz/~ehejnova/Dokt.%20studium/Ulohy/Tri_silomery1.htm

Skládání sil

Síly, které působí na **totéž těleso**, můžeme **skládat**, tj. hledat **výslednici** daných sil. To znamená, že působící síly nahradíme jednou silou, která bude mít na těleso stejný pohybový účinek jako síly původní. Budeme se nyní zabývat pouze silovými účinky pohybovými, nikoliv deformačními.

Skládat síly můžeme buď **početně** (to budeme zatím umět pouze, když síly budou navzájem rovnoběžné) nebo **graficky** (zvládneme i u různoběžných sil).

Poččetně:

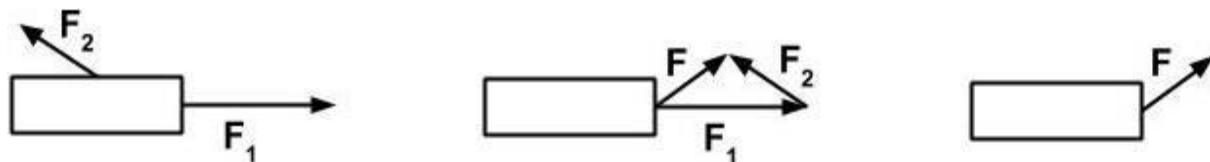
Působí-li dvě síly na totéž těleso stejným směrem (jsou navzájem rovnoběžné a orientované stejným směrem), má výslednice stejný směr jako původní síly a její velikost je rovna součtu velikostí původních sil. Platí tedy: $F = F_1 + F_2$.

Působí-li dvě síly na totéž těleso opačným směrem (jsou navzájem rovnoběžné, ale orientované opačným směrem), má výslednice stejný směr jako větší z původních sil a její velikost získáme tak, že od větší síly odečteme velikost menší síly. Platí tedy: $F = F_1 - F_2$.

Graficky:

Jednoduchý návod, jak sečíst dvě síly graficky, je: Jednu z obou sil posuňte tak, aby její počátek byl v koncovém bodu druhé síly. Výslednice pak bude mít počáteční bod v počátečním bodě neposunuté síly a koncový bod v koncovém bodě posunuté síly.

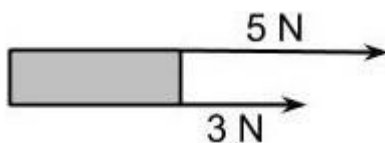
Příklad:



Skládání sil – opakování

Najdi výslednici a urči její velikost (početně nebo měřením).

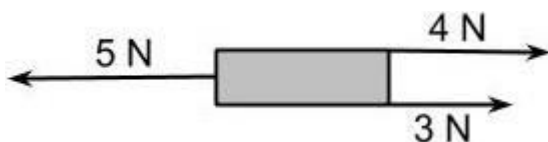
1)



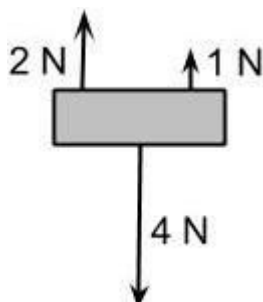
2)



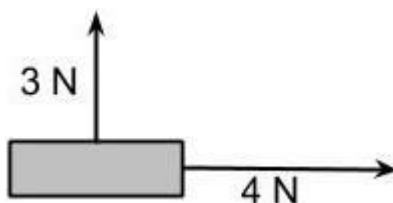
3)



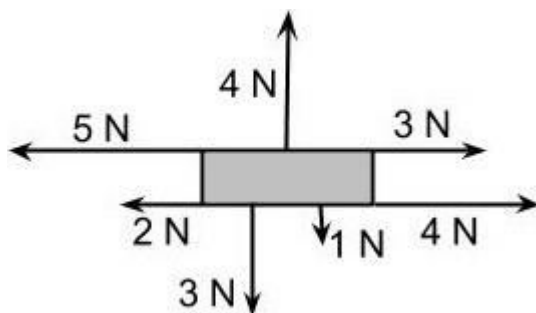
4)



5)



6)



Skládání sil – opakování – řešení

1)



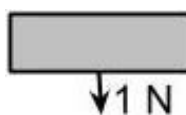
2)



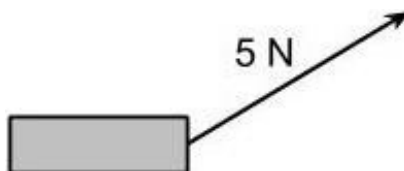
3)



4)



5)



6)



Newtonovy zákony

V této kapitole se budeme věnovat třem Newtonovým zákonům pohybu a zákonu gravitačnímu, které Isaac Newton publikoval v 17. století (přesněji v roce 1687) ve svém latinsky psaném díle *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (zkráceně se o tomto díle mluví jako o „Principiích“). Do češtiny se název tohoto díla dá přeložit jako „Matematické principy přírodní filozofie“.



Použité obrázky:

Sir Isaac Newton [online]. ©2012 [cit. 2014-3-30]. Dostupné z:

<http://www.fromoldbooks.org/Aubrey-HistoryOfEngland-Vol3/pages/vol3-401-Sir-Isaac-Newton/>

První Newtonův zákon (zákon setrvačnosti)

Učení starého Řeka přetrvávalo ve svém odkazu po mnoho staletí. Podobně jako tomu bylo u úvah o struktuře hmoty, i v oblasti mechaniky a otázkách pohybu těles přetrvával mezi lidmi prostými a vzdělanými názor antického myslitele Aristotela. Ten se domníval, že aby mohl být pohyb zachován, je potřeba určitá síla, která bude tento pohyb udržovat.

Nutno říct, že tento názor zní velmi logicky, přirozeně a je v souladu s naší každodenní zkušeností. Vždyť přece strčíme-li rukou třeba do pouzdra ležícího na lavici, dá se do pohybu, ale velmi rychle se zastaví. Aby se toto pouzdro pohybovalo pořád stejnou rychlostí, musíme jej



neustále tlačit. Ano, je to skutečně tak. Co si ale Aristoteles (a pravděpodobně ani nikdo jiný do doby Newtona) neuvědomil, bylo, že tímto stálým působením kompenzujeme odporovou sílu, která působí proti zamýšlenému pohybu. Zde by to byla hlavně síla třecí. Která vzniká mezi plochou pouzdra a lavicí, na které je položeno. Kdybychom toto tření dokázali nějak snížit, byla by také potřebná síla k udržení pohybu menší. Případně by pouzdro dojelo dál, pokud bychom do něj jen strčili. Kdyby nám tato odporová síla zmizela docela, pak by odstrčené pouzdro jelo po povrchu dál a dál pořád stejnou rychlostí bez nutnosti našeho působení.



Na Zemi se této situaci můžeme jen přiblížit (snižováním tření či zmenšováním odporu vzduchu), ovšem ve vesmíru, kde neexistuje odpor vzduchu (protože tam žádný není), je situace pro tyto účely daleko příznivější. Když ve vesmíru (nejlépe daleko od jakýchkoliv jiných velkých objektů) uvedeme těleso do pohybu, pohybuje se toto těleso v daném směru bez potřeby dalšího

silového působení. Toho se využívá při dalekých cestách sond ke vzdáleným planetám naší sluneční soustavy.

Newton se své úvahy o síle a pohybu těles snažil formulovat co nejpřesněji, proto mu také sepsání trvalo mnoho let. Principie byly vydány vícekrát a další vydání byla opět, dalo by se říci mírně, pozměněna, aby podle Newtona sepsané zákony lépe vyjadřovaly jeho myšlenky. Nakonec použil tuto formulaci (Principie 1726):

Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus illud a viribus impressis cogitur statum suum mutare.

Tato věta se dá přeložit takto:

Každé těleso setrvává ve svém stavu klidu nebo pohybu rovnoměrném přímočarém, pokud není působícími silami nuceno svůj stav změnit.

Dnes obvykleji používaná formulace zní:

Těleso setrvává v klidu nebo pohybu rovnoměrném přímočarém, jestliže na něj nepůsobí žádná vnější síla, nebo je-li výslednice sil působících na toto těleso nulová.

Toto zjištění je tak důležité, že si vysloužilo pozici mezi základními zákony klasické mechaniky. Ač tento zákon může působit na první pohled velmi jednoduše, často se v něm chybuje a neovládají se jeho aplikace. Pojďme si tedy zkusit několik příkladů.

Příklad 1.

Do obrázku doplňte sílu (případně síly) tak, aby těleso bylo v klidu.



Příklad 2.

Do obrázku doplňte sílu (případně síly) tak, aby se těleso pohybovalo stálou rychlostí 5 m/s směrem doleva.

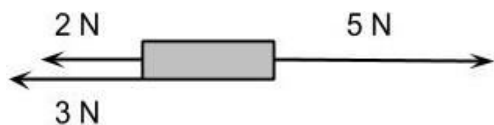


Příklad 3.

Automobil jede po vodorovném a přímém úseku dálnice stálou rychlostí 120 km/h. Jaká je výsledná síla působící na automobil?

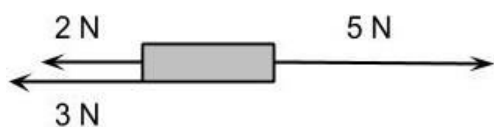
Řešení:

Příklad 1.



Tento příklad žákům zpravidla nedělá výraznější potíže - má-li být těleso v klidu, bývá žákům zcela jasné, že výslednice sil musí být nulová.

Příklad 2.



Byť je zadání na první pohled jiné než v prvním příkladu, řešení je stejné. Aby se těleso pohybovalo rovnoměrně přímočaře (což se v zadání chce), musí být výslednice nulová.

Příklad 3.

Výsledná síla je nulová. Kdyby nebyla, automobil by zrychloval, zpomaloval nebo zatáčel.

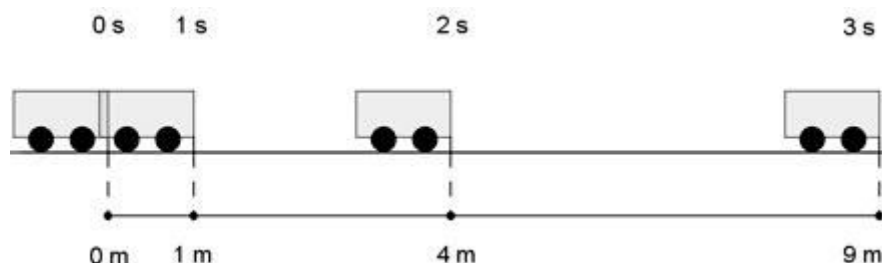
Použité obrázky:

Jedoucí auto retro [online]. ©2014 [cit. 2014-4-10]. Dostupné z:
http://cz.clipartlogo.com/premium/detail/speeding-car-retro-clipart_104910605.html

Malá škola bruslení [online]. ©2013 [cit. 2014-4-10]. Dostupné z:
<http://www.zspetroviceuk.cz/akce-a-souteze/archiv-akci/51-akce-zs-marklovice-2012-13/534-mala-kola-brusleni>

Druhý Newtonův zákon (zákon síly)

Zatímco první zákon říká, jak se těleso bude chovat, když na něj nebude působit žádná síla, nebo když síly sice působit budou, ale jejich výslednice bude nulová, druhý Newtonův zákon se zabývá touto možností, kdy tato výslednice sil nulová nebude. Z experimentů se ukazuje, že pokud na těleso působí vnější nenulová síla, dochází ke změně rychlosti, ovšem ve vektorovém pojetí. To znamená, že rychlost bereme jako vektor, tedy že má kromě velikosti i směr. Dojde-li tedy ke změně velikosti nebo směru, dochází ke změně rychlosti – tuto novou (opět vektorovou) fyzikální veličinu budeme nazývat **zrychlení**. Značit ji budeme **a** , její jednotka je $\frac{m}{s^2}$, kterou čteme jako „metr za sekundu na druhou“, případně jako „metr za sekundu za sekundu“.



Druhý Newtonův zákon tedy říká, že **zrychlení je přímo úměrné působící síle**. To ale není vše, výsledné zrychlení je ještě závislé na jedné další charakteristice tělesa, totiž na jeho hmotnosti. Z experimentů se tedy ukazuje, že **zrychlení tělesa je nepřímo úměrné hmotnosti tělesa**.

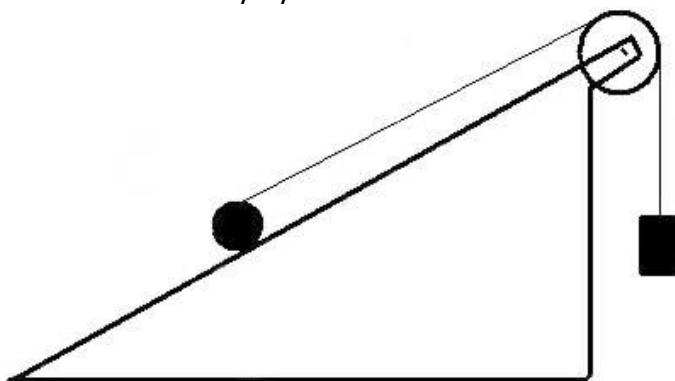
Matematicky se tento zákon dá zapsat jednoduchým vztahem:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}, \text{ odkud se dá vyjádřit síla: } \vec{F} = m \cdot \vec{a}.$$

V původní práci sám Newton používá formulaci, ve které hovoří o **časové změně hybnosti**. Konkrétně $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$, kde $\Delta t \rightarrow 0$. Taková formulace je sice fyzikálně přesnější, ale v tuto chvíli nebudeme zavádět novou fyzikální veličinu a symboliku a necháme si to až na střední školy.

Za zmínku ještě stojí fakt, že díky tomuto zákonu jsme vlastně dospěli k poměrně zajímavé definici hmotnosti. Kdybyste někomu měli totiž vysvětlit, co to vlastně hmotnost je, možná byste byli překvapení, že vlastně nedokážete žádnou takovou definici vymyslet.

Při pohledu na druhý Newtonův zákon lze říci, že hmotnost je jakási odolnost tělesa vůči urychlení. Jakkoliv tato definice může působit úsměvně, je správná a jistě lepší, než jen intuitivní znalost, kterou sice každý má, ale máme-li ve fyzice věcem dobře rozumět, nelze se na takovou intuitivní znalost spoléhat.



Newton tímto zákonem rovněž zjistil další zajímavou věc. Totiž že každé těleso, na které působí pouze tíhová síla Země v blízkosti jejího povrchu, je urychlováno zcela stejně. Matematicky se dá toto ověřit jednoduchou rovnicí.

$$\begin{aligned} F &= F_g \\ m \cdot a &= m \cdot g \\ \underline{\underline{a &= g}} \end{aligned}$$

To ovšem znamená právě to, že libovolné dva předměty dopadnou na zem současně. Když zkusíte na Zemi upustit zaráz kladívko a pírkó ze stejné výšky, jistě dříve dopadne kladívko. Samozřejmě, protože pírkó je daleko výrazněji brzděno odporem vzduchu než kladívko. Když ale situaci zopakujete třeba na Měsíci, výsledek je zcela odlišný. Oba předměty budou padat pomaleji (na Měsíci je totiž asi 6x menší přitažlivost než na Zemi). Co ale hlavně – dopadnou na povrch Měsíce zaráz. Pírkó totiž není brzděno vzduchem (protože na Měsíci není atmosféra). Tento experiment samozřejmě mohl být proveden až v době, kdy létání do vesmíru nebylo tak nemyslitelné jako v době starého Řecka nebo i Newtona.

Použité obrázky:

Techmania - Edutorium - Exponáty [online]. ©2008 [cit. 2014-4-12]. Dostupné z:
<http://www.techmania.cz/edutorium/>

Zrychlení hmotného středu [online]. ©2005 [cit. 2014-4-12]. Dostupné z:
<http://forum.matematika.cz/viewtopic.php?id=52630>

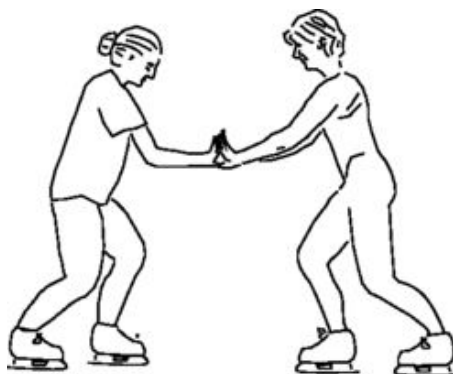
Třetí Newtonův zákon

(zákon akce a reakce, nebo též zákon vzájemného působení)

Třetí Newtonův zákon se od prvních dvou poněkud liší. Neřeší totiž přímo pohyb, byť ve svých důsledcích je tento zákon pro pohyb těles rovněž nepostradatelný, ale říká, že silové působení těles je vzájemné. Jinak řečeno – **působí-li jedno těleso na druhé silou (akcí), působí i druhé těleso na první silou stejně velkou, jen opačně orientovanou (reakcí). Obě tyto síly současně vznikají a zanikají.** A protože působí na různá tělesa, nelze je skládat a jejich účinky se tedy takto lehce neruší.

Upozorníme, že dovětek o současném vzniku a zániku je velmi podstatný. Bez něj bychom se mohli (a to mylně) domnívat, že nejprve je nějaká akce a s určitou blíže nespecifikovanou časovou prodlevou nastane nějaká reakce. V tomto ohledu je tedy tento zákon jiný než jak jej někteří používají v běžném životě – totiž že každá akce vyvolá reakci.

V životě je tomu skutečně jinak. Uvedme na příkladu. Klesne cena ropy (akce), očekává se zlevnění pohonných hmot a případně služeb či zboží, kde cena dopravy hraje významnou část koncové ceny (reakce). Mezi těmito dvěma momenty je ale mnohdy značná časová prodleva, pokud tedy vůbec uvedená reakce nastane.



Ve fyzikálním pojetí vlastně ani nemá smysl hovořit o nějaké akci a reakci. Jsou to totiž pojmy, o kterých přemýšlíme z našeho subjektivního pohledu. Například když udeříme do zdi, bereme to jako akci. A to, že na nás zeď zapůsobí stejně velkou silou tak, aby naši ruku zastavila, jako reakci. Je určitě možno vést filozofické debaty o tom, že někdo je původcem daného děje, ovšem z hlediska fyziky došlo k daným jevům současně. Je tedy na místě hovořit o tomto zákonu jako o **zákonu vzájemného působení**. Označení „zákon akce a reakce“ je nicméně ve společnosti natolik známý a zakořeněný, že jej musíme zmínit, aby bylo jasné, že se tím myslí právě tento zákon.

Úkoly:

1. Pták o hmotnosti 1,5 kg letí ve výšce 100 metrů nad zemským povrchem rychlostí 72 km/h. Jak velkou silou přitahuje tento pták k sobě planetu Zemi?
2. Dva chlapci drží každý jeden konec provázku a každý z nich tahá za provázek silou o velikosti 60 N. Přetrhne se provázek, víme-li, že vydrží maximální zátěž 100 N?

Odpovědi:

1. Pták přitahuje Zemi silou 15 N (jak víme z dřívějška: $F_g = m \cdot g = 1,5 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 15 \text{ N}$).
Výška 100 metrů je pořád blízkost zemského povrchu (srovnáváme totiž s poloměrem Země, který má velikost přes 6 000 km. Údaj o rychlosti je v podstatě nadbytečný. Pro znalejší však doplníme, že pokud by se rychlost letu blížila rychlosti světla (300 000 km/s, pro letícího ptáka jistě nemožné), pak bychom museli použít poznatky relativistické fyziky, hmotnost takto rychle letícího objektu by se totiž zvětšila a spolu s ní i gravitační síla.
2. Nepřetrhne. Když si místo jednoho z chlapců představíme pevný závěs, bude situace zcela stejná. Výraz „každý z nich tahá“ je tedy sugestivní, aby zmátl.

Použité obrázky:

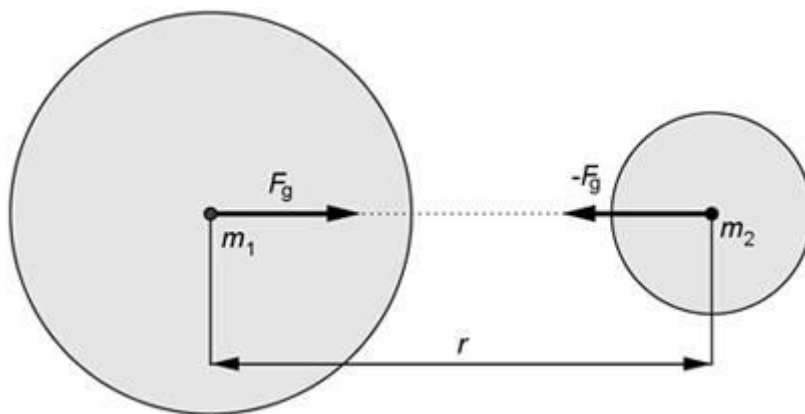
Akce a reakce [online]. ©2014 [cit. 2014-4-18]. Dostupné z:
<http://linoit.com/users/martinjon43/canvases/martin>

Newtonův gravitační zákon

Tento fyzikální zákon říká, že každé dvě tělesa mající nějakou hmotnost se k sobě navzájem přitahují gravitační silou. Velikost této síly závisí na hmotnostech obou objektů a také na jejich vzájemné vzdálenosti (respektive vzdálenosti jejich těžišť).

Matematicky se dá velikost této síly vyjádřit takto: $F = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$, kde m je hmotnost jednoho objektu, M hmotnost druhého objektu a r vzájemná vzdálenost jejich těžišť. Symbol G (někdy se též užívá symbol κ) reprezentuje konstantu úměrnosti zde zvanou gravitační konstanta, jejíž hodnota byla experimentálně změřena a činí $6,67 \cdot 10^{-11} = 0,000\,000\,000\,066\,7$.

Z toho, jak malá je gravitační konstanta, je vidět, že gravitační síla má měřitelný význam až ve chvíli, kdy alespoň jedna z hmotností dvou těles je velmi velká. Ukažme si to na několika příkladech.



Příklad 1.

Vypočítejte velikost gravitační síly, kterou se navzájem přitahují dva lidé, jejichž těžiště jsou vzájemně vzdálená 2 metry, jeden má hmotnost 60 kg a druhý 80 kg.

Příklad 2.

Vypočítejte velikost gravitační síly, kterou je přitahován člověk o hmotnosti 80 kg k Zemi:

- na jejím povrchu.
- ve výšce 1 km nad zemským povrchem.

Řešení:

Příklad 1.

$$F = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{60 \cdot 80}{2^2} \doteq \underline{\underline{8 \cdot 10^{-8} \text{ N}}} = \underline{\underline{0,000\,000\,08 \text{ N}}}$$

Příklad 2.

- a) Z tabulek zjistíme hmotnost Země (přibližně $6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$) a její poloměr (tedy vzdálenost jejího těžiště od povrchu) je asi 6 378 000 m. Těžiště člověka na povrchu Země bude asi o 1 metr dále, takže vzájemná vzdálenost těžišť bude 6 378 001 m.

Výpočet bude podobný jako v minulém příkladu:

$$F = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{80 \cdot 6 \cdot 10^{24}}{6\,378\,001^2} \doteq \underline{\underline{787 \text{ N}}}$$

Tento výsledek souhlasí s velikostí gravitační síly, jak jsme se učili dříve, tedy $F_g = m \cdot g$, kde m je hmotnost objektu a g je asi $10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$, přesněji pak $9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$.

- b) Postup bude stejný jako v a), jen vzájemná vzdálenost bude 6 379 001 metrů.

$$F = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{80 \cdot 6 \cdot 10^{24}}{6\,379\,001^2} \doteq \underline{\underline{786,8 \text{ N}}}$$

Jde tedy o rozdíl zcela zanedbatelný oproti situaci přímo na povrchu Země.

Použité obrázky:

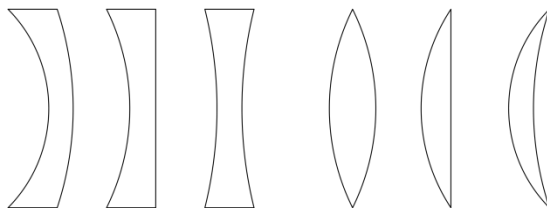
Padající jablko [online]. ©2014 [cit. 2014-4-30]. Dostupné z:
<http://www.inosfera.cz/>

Techmania - Edutorium - Exponáty [online]. ©2008 [cit. 2014-4-30]. Dostupné z:
http://www.techmania.cz/edutorium/art_exponaty.php?xkat=fyzika&xser=4d656368616e6966b61h&key=232

Čočky (pracovní list)

Čočky jsou objekty měnící chod světelných paprsků
 vlivem jevu zvaného Jsou
 zpravidla vyrobeny z broušeného skla.

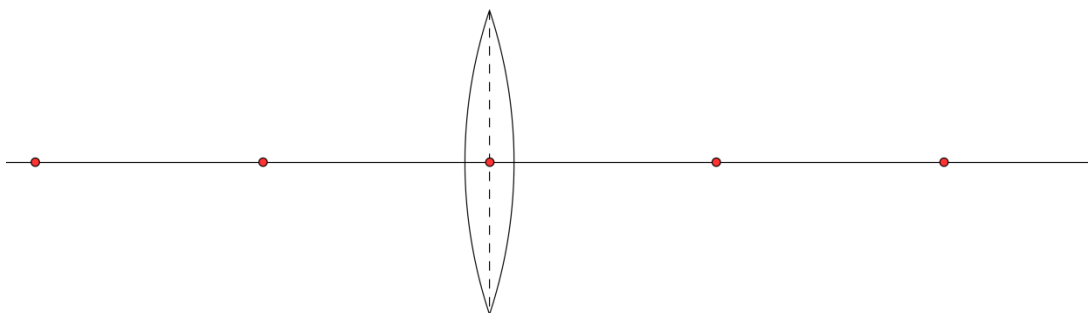
Obě strany čočky mají podobu části
 nebo plochy, jak ukazuje obrázek vpravo.



Při zobrazování čočkami se užívá následující terminologie a značení:

- o – – myšlená přímka, podle které je čočka souměrná
- O – – leží v průsečíku optické osy a osy čočky
- S – – střed takové kulové plochy, jejíž částí je plocha čočky
- F – – nachází se uprostřed úsečky OS

Doplň do obrázku toto značení:



Čočky dělíme na dva základní druhy:

- Spojné čočky (zkráceně též) – širší uprostřed, užší na krajích
- Rozptylné čočky (zkráceně též) – užší uprostřed, širší na krajích

Spojka

Využití:

Zakresli schematickou značku spojky:

Rozptylka

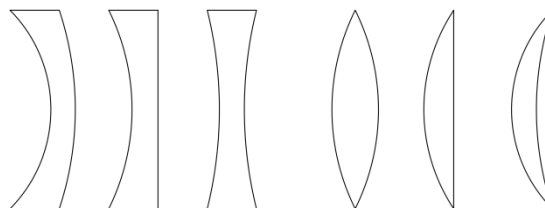
Využití:

Zakresli schematickou značku rozptylky:

Čočky

(pracovní list – vyplněný)

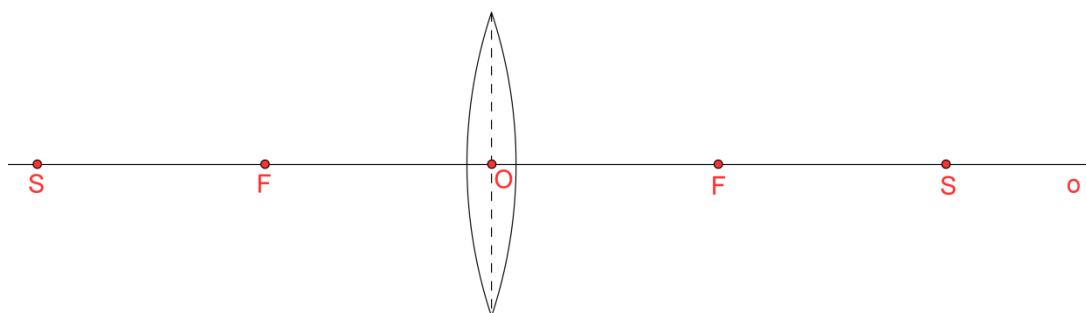
Čočky jsou objekty měnící chod světelných paprsků vlivem jevu zvaného **lom světla**. Jsou zpravidla vyrobeny z broušeného skla. Obě strany čočky mají podobu části **kulové** nebo **rovinné** plochy, jak ukazuje obrázek vpravo.



Při zobrazování čočkami se užívá následující terminologie a značení:

- o – **optická osa** – myšlená přímka, podle které je čočka souměrná
- O – **optický střed čočky** – leží v průsečíku optické osy a osy čočky
- S – **střed křivosti čočky** – střed takové kulové plochy, jejíž částí je plocha čočky
- F – **ohnisko čočky** – nachází se uprostřed úsečky OS

Doplň do obrázku toto značení:



Čočky dělíme na dva základní druhy:

Spojné čočky (zkráceně též **spojky**) – širší uprostřed, užší na krajích

Rozptylné čočky (zkráceně též **rozptylky**) – užší uprostřed, širší na krajích

Spojka

Využití: **lupa, mikroskop, dalekohled, brýle (pro korekci dalekozrakosti)**

Zakresli schematickou značku spojky:



Rozptylka

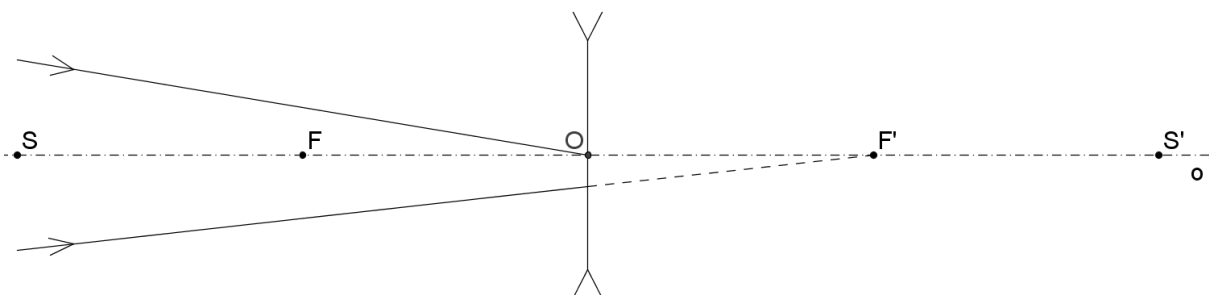
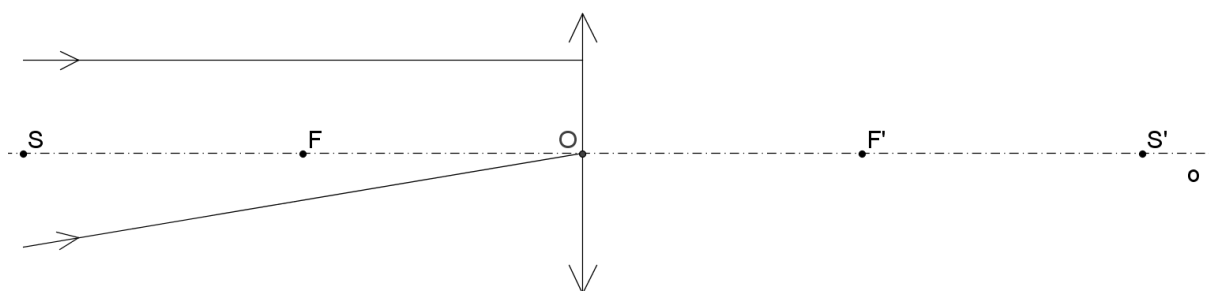
Využití: **dalekohled, brýle (pro korekci krátkozrakosti)**

Zakresli schematickou značku rozptylky:

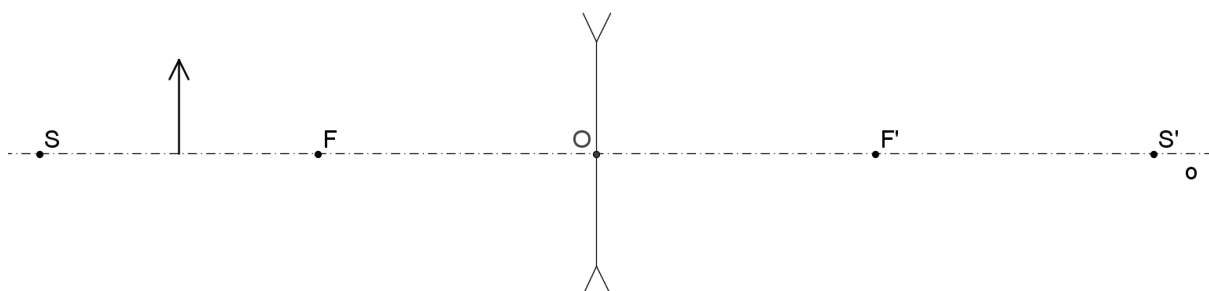


Čočky – opakování – varianta A

Doplň chod paprsků v následujících situacích:

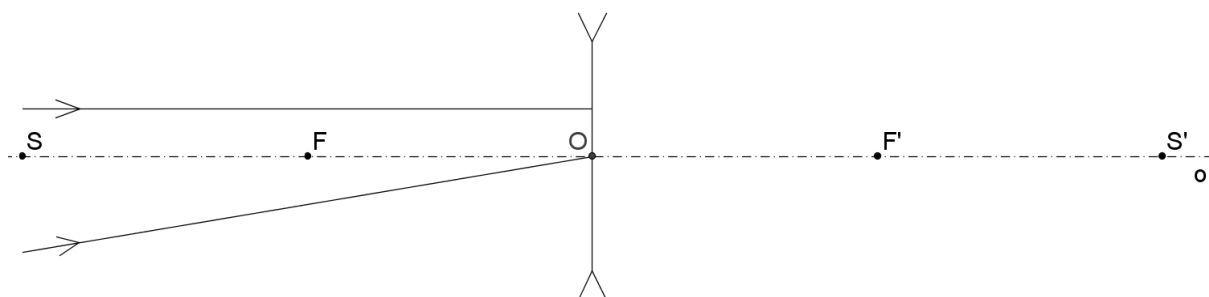
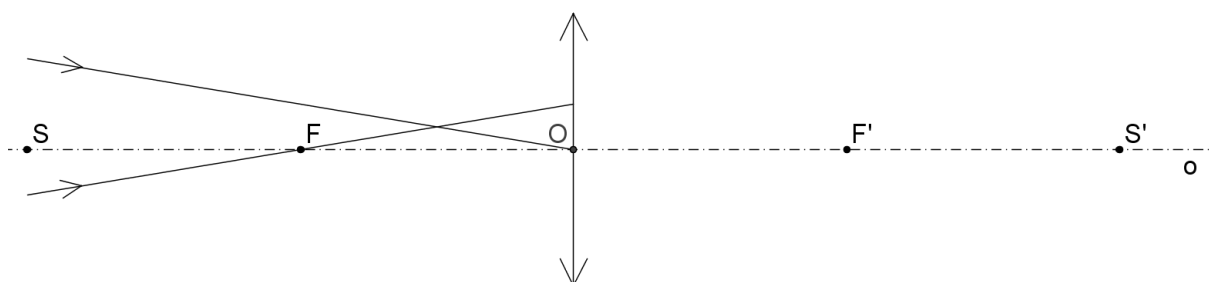


Zobraz objekt pomocí dané čočky a vlastnosti obrazu okomentuj:

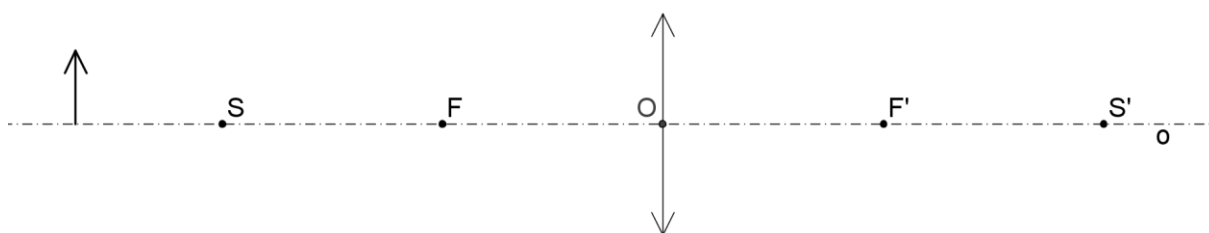


Čočky – opakování – varianta B

Doplň chod paprsků v následujících situacích:

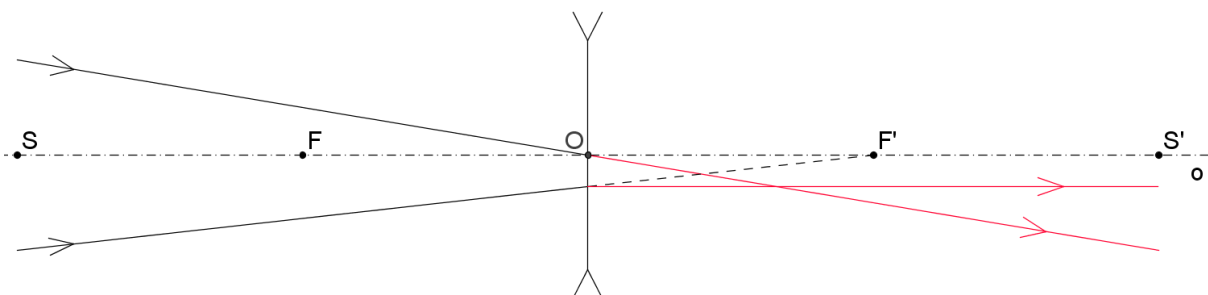
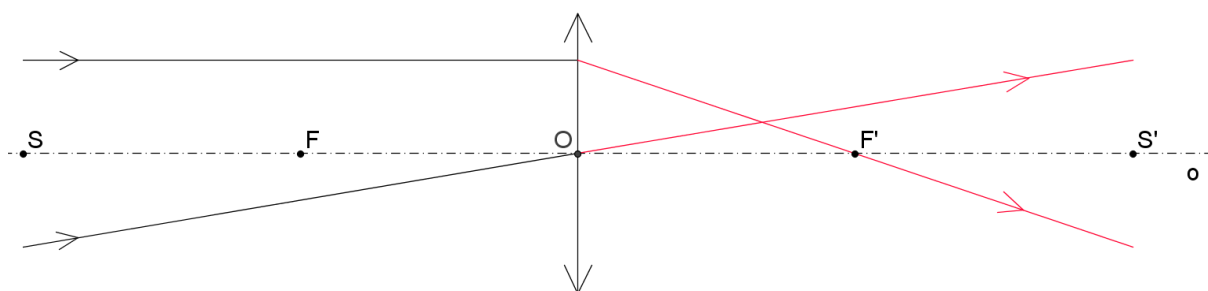


Zobraz objekt pomocí dané čočky a vlastnosti obrazu okomentuj:

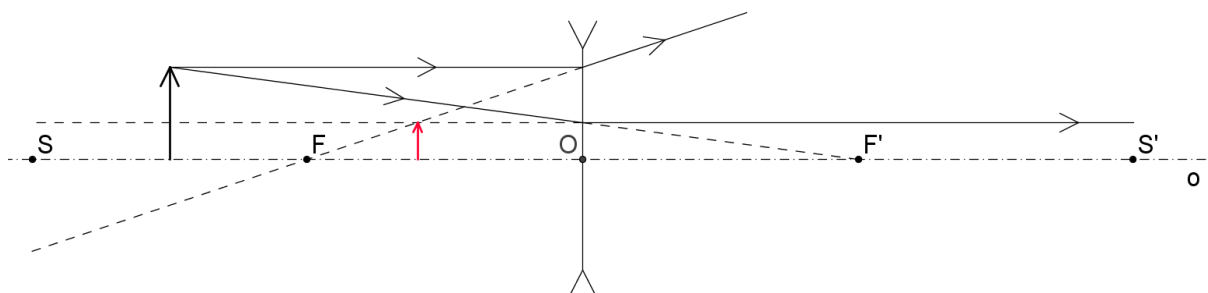


Čočky – opakování – varianta A – řešení

Doplň chod paprsků v následujících situacích:



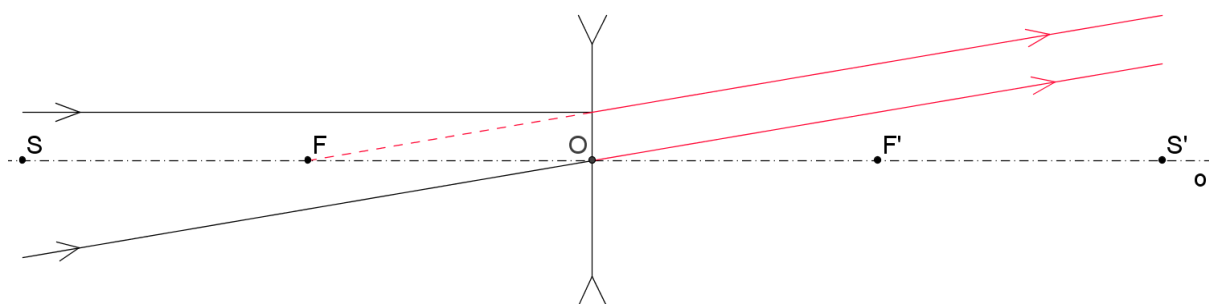
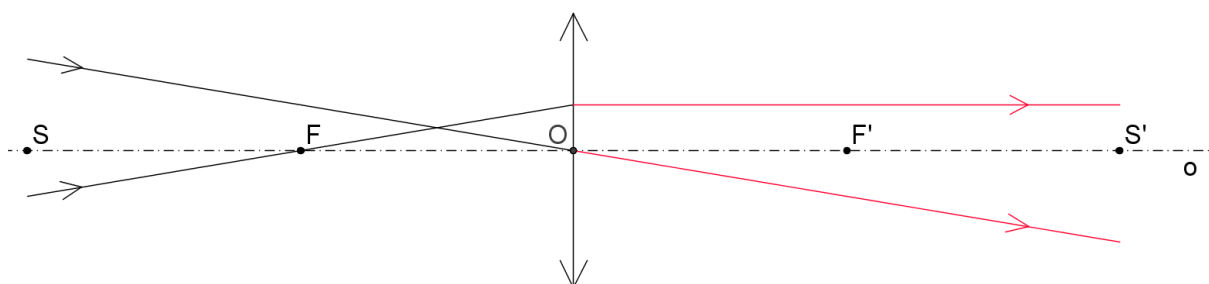
Zobraz objekt pomocí dané čočky a vlastnosti obrazu okomentuj:



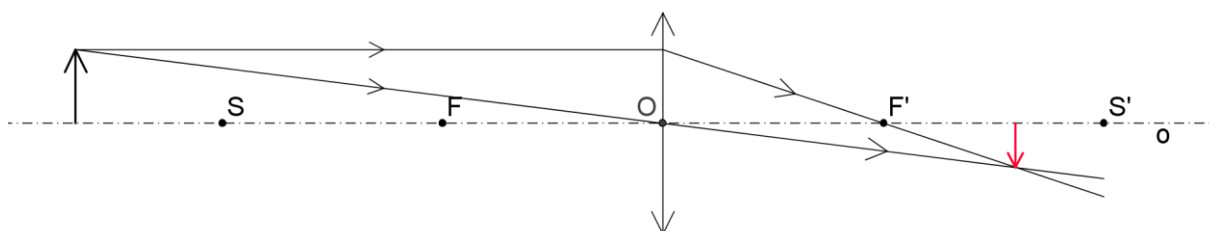
Obraz je zdánlivý, zmenšený, vzpřímený.

Čočky – opakování – varianta B – řešení

Doplň chod paprsků v následujících situacích:



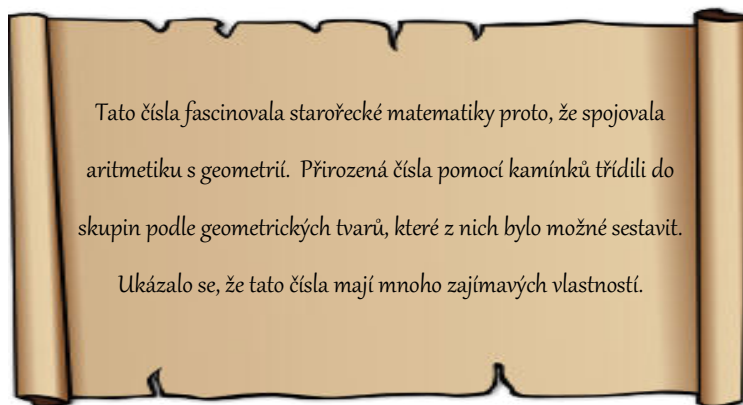
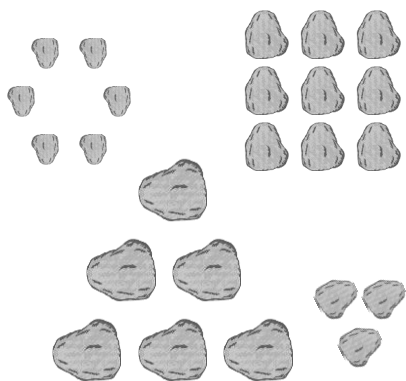
Zobraz objekt pomocí dané čočky a vlastnosti obrazu okomentuj:



Obraz je skutečný, zmenšený, převrácený.

F í čísla

Jsou to přirozená čísla, která lze vyjádřit pomocí nějakého rovinného (nebo prostorového) tvaru. Je-li tímto obrazcem pravidelný mnohoúhelník, říkáme jim čísla M Á.

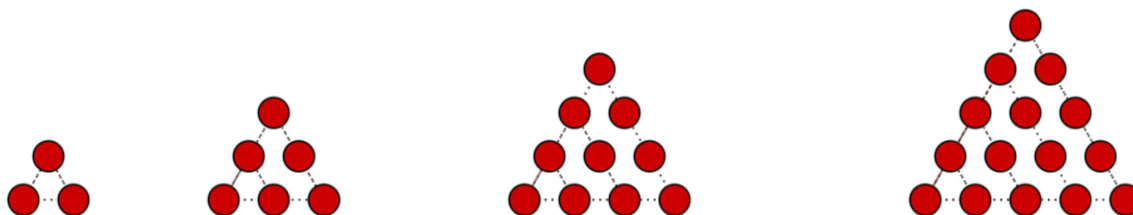


O jaká čísla jde? Vylušti následující osmisměrku a ze zbylých písmen vyber nejprve všechna lichá a potom všechna sudá.

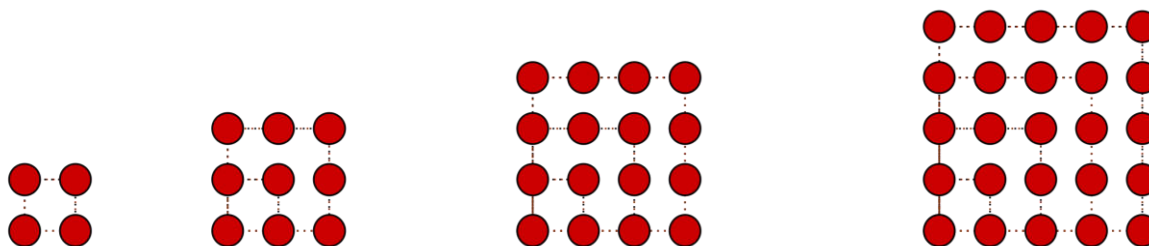
P	S	N	P	F	H	I	O	G	Ú	A
Ě	Y	Č	I	O	U	N	E	M	Á	K
T	A	T	Í	Č	D	O	H	R	E	I
I	Č	E	H	T	U	Í	Á	L	I	T
Ú	L	T	N	A	A	O	L	N	R	E
H	Í	Í	V	K	G	T	S	M	T	M
E	I	R	T	E	M	O	E	G	E	T
L	Í	D	Z	O	R	O	R	N	M	I
N	V	S	O	U	Č	E	T	A	Y	R
Í	N	E	L	Ě	D	O	C	Á	S	A
K	Í	N	L	E	H	Ú	J	O	R	T

ARITMETIKA
 ČTVEREC
 DĚLENÍ
 GEOMETRIE
 KÁMEN
 ODČÍTAT
 PĚTIÚHELNÍK
 PODÍL
 PYTHAGORAS
 ROZDÍL
 SČÍTAT
 SOUČET
 SOUČIN
 SYMETRIE
 TROJÚHELNÍK

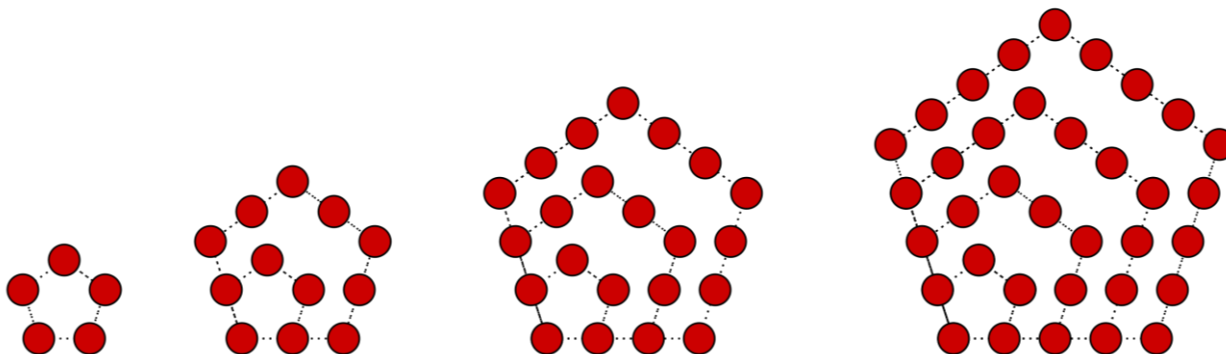
TROJÚHELNÍKOVÁ ČÍSLA:



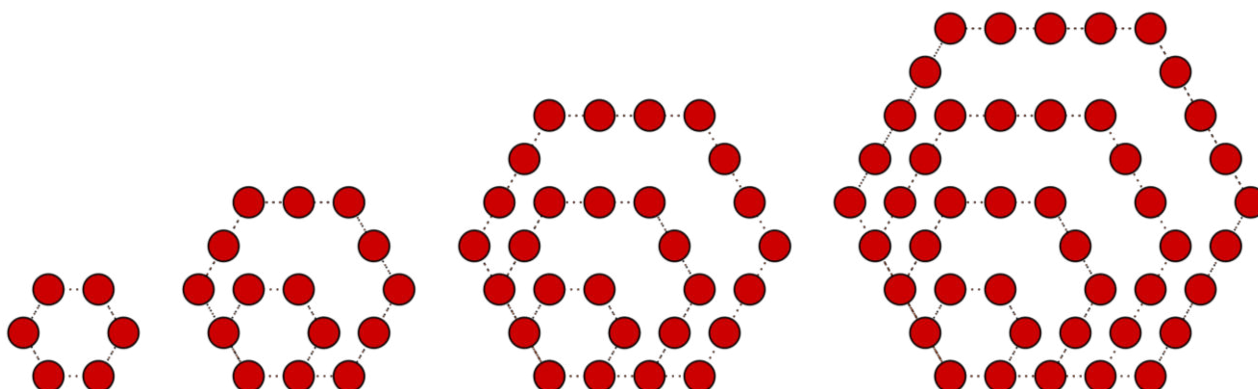
ČTVERCOVÁ ČÍSLA:



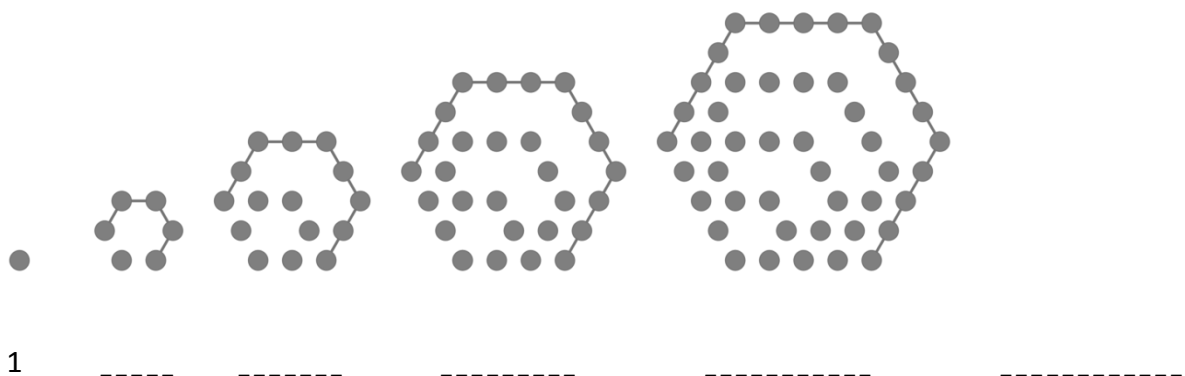
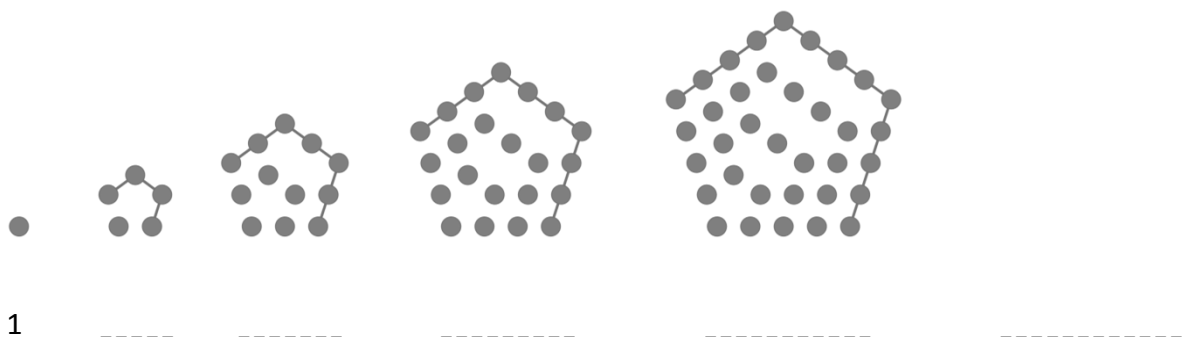
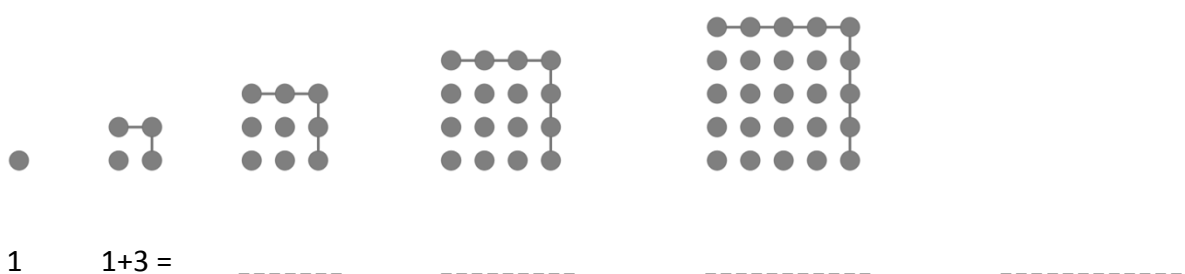
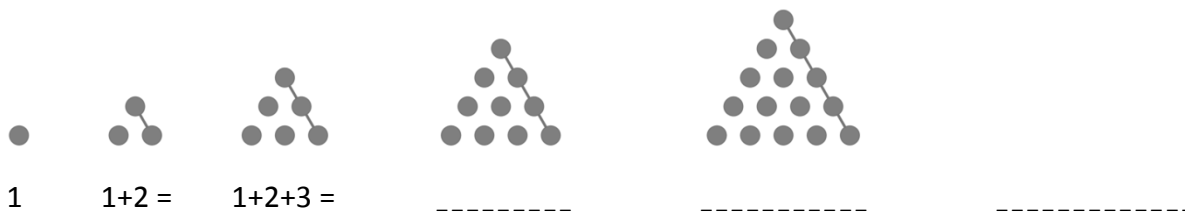
PĚTIÚHELNÍKOVÁ ČÍSLA:



ŠESTIÚHELNÍKOVÁ ČÍSLA



Na předcházejících obrázcích jsou schematicky znázorněna některá figurální čísla. Vyjádři postupnými součty jejich hodnoty. Doplň a dokresli číslo následující v dané posloupnosti.



TROJÚHELNÍKOVÁ ČÍSLA (T_n)

Určíme další trojúhelníková čísla:

$$T_7 = \quad T_8 = \quad T_9 = \quad T_{10} = \quad T_{11} = \quad T_{12} =$$

Jakým způsobem můžeme pomocí trojúhelníkového čísla T_{n-1} určit číslo T_n ?

$$T_n = \quad \text{Např. je-li } T_{24} = 300, \text{ potom } T_{25} =$$

A je možné napsat nějaký vzorec, podle kterého zjistíme pro libovolné n hodnotu T_n ?

Protože jde o součet prvních n členů tzv. aritmetické posloupnosti, platí jednoduchý vztah:

POLOVINASOUČINUČÍSLAN
AČÍSLAOJEDNIČKUVĚTŠÍHO

Tedy: $T_n =$

Snadno tedy určíme hodnoty následujících trojúhelníkových čísel:

$$T_{50} = \quad T_{100} = \quad T_{999} =$$

ČTVERCOVÁ ČÍSLA (C_n)

Další čtvercová čísla jsou:

$$C_7 = \quad C_8 = \quad C_9 = \quad C_{10} = \quad C_{11} = \quad C_{12} =$$

Je vidět, že posloupnost čtvercových čísel tvoří ----->
přirozených čísel. Obecný vzorec pro libovolné
 n je tedy velmi jednoduchý:

D O R A U M H O É S

$$C_n =$$

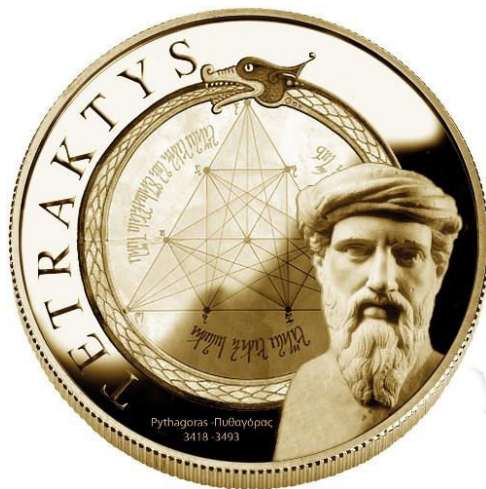
Takž např.:

$$C_{38} = \quad C_{111} = \quad C_{529} =$$

TETRAKTYS

Speciálním trojúhelníkovým číslem je tzv. tetraktys. Jde o geometrické zobrazení čísla deset jako rovnostranného trojúhelníku (tedy T_4). Tato formace měla pro Pythagorejce zvláštní význam. O tom svědčí i slova pronášená při slavnostní přísaze každým, kdo se chtěl stát členem jejich tajného spolku:

„Př△s△h△m n△ t△h△, kd△ d△l
 n△š△m d△š△m t△tr△kt△s,
 zdr△j △ k△ř△n△ v△čn△ př△r△d△.“



OSTATNÍ MNOHOÚHELNÍKOVÁ ČÍSLA

Odvodit pravidla pro tvorbu dalších figurálních čísel už není tak snadné. Existuje však obecný vzorec, podle něhož všechny vznikají. Umožňuje nám vypočítat libovolné n -úhelníkové číslo:

$$F_r(n) = F_r(n-1) + (r-2) \cdot (n-1) + 1$$

V tomto vzorci značí písmeno r typ čísla (např. pokud je číslo trojúhelníkové, pak $r = 3$) a písmeno n určuje jeho pořadí (např. desáté trojúhelníkové číslo je označeno $F_3(10)$).

Takto můžeme spočítat například hodnoty sedmiúhelníkových čísel:

$$F_7(1) = 1$$

$$\begin{aligned}
 F_7(2) &= F_7(2-1) + (7-2) \cdot (2-1) + 1 = \\
 &= F_7(1) + (5) \cdot (1) + 1 = \\
 &= 1 + 5 + 1 = \\
 &= 7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_7(3) &= F_7(3-1) + (7-2) \cdot (3-1) + 1 = \\
 &= F_7(2) + (5) \cdot (2) + 1 = \\
 &= 7 + 10 + 1 = \\
 &= 18
 \end{aligned}$$

atd. ...

Pozor:

K výpočtu
 potřebujeme znát
 vždy hodnotu
 předcházejícího
 figurálního čísla.

TABULKA HODNOT $F_r(n)$

$r \setminus n$	POŘADÍ									
TYP	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Úkoly:

Existuje nějaké trojúhelníkové číslo, které je zároveň pětiúhelníkové? Jsou v tabulce nějaké další „rovnosti“?

Z tabulky je patrné, že rozdíly sousedních n -úhelníkových čísel v jednom pořadí jsou stejné (rozdíly dvou hodnot pod sebou jsou v daném sloupci stejné). Když tyto rozdíly zapíšeme pro všechna pořadí (od 2 do 10), jaká čísla dostaneme?

Ověř na příkladech (početně nebo graficky) následující zajímavé vlastnosti figurálních čísel:

Každé přirozené číslo je součtem nejvýše tří trojúhelníkových čísel.

Je-li a trojúhelníkové číslo, pak $(8a + 1)$ je čtvercové číslo. Neboli: každé čtvercové číslo se dá rozložit na součet osmi stejných trojúhelníkových čísel, přičemž jeden bod zbude.

Pro trojúhelníková (T_n) a čtvercová (C_n) čísla platí: $C_n = T_n + T_{n-1}$. Neboli: každé čtvercové číslo můžeme rozložit na součet dvou trojúhelníkových čísel, z nichž jedno je stejného řádu a druhé o řád nižší než dané čtvercové číslo.

Úloha na závěr:

Budeme krájet koláč, přičemž naší snahou je každým řezem získat co nejvíce dílů. Po prvním i druhém řezu je situace jasná – můžeme dostat dva a poté čtyři (ale také pouze tři...) díly. Zajímavější to je při třetím řezu. „Symetrické“ dělení nám dá šest dílů, ovšem je možné získat i sedm kousků. No a při čtvrtém řezu

Zapišeme-li do řady maximální počty dílů, které můžeme dostat po jednotlivých řezech, jaká čísla dostaneme?



Řešení:

P	S	N	P	F	H	I	O	G	Ú	A
Ě	Y	Č	I	O	U	N	E	M	Á	K
T	A	T	Í	Č	D	O	H	R	E	I
I	Č	E	H	T	U	Í	Á	L	I	T
Ú	L	T	N	A	A	O	L	N	R	E
H	Í	Í	V	K	G	T	S	M	T	M
E	I	R	T	E	M	O	E	G	E	T
L	Í	D	Z	O	R	O	R	N	M	I
N	V	S	O	U	Č	E	T	A	Y	R
Í	N	E	L	Ě	D	O	C	Á	S	A
K	Í	N	L	E	H	Ú	J	O	R	T

r\n	POŘADÍ									
TYP	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55
4	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
5	1	5	12	22	35	51	70	92	117	145
6	1	6	15	28	45	66	91	120	153	190
7	1	7	18	34	55	81	112	148	189	235
8	1	8	21	40	65	96	133	176	225	280
9	1	9	24	46	75	111	154	204	261	325
10	1	10	27	52	85	126	175	232	297	370

$$\begin{array}{lllll}
 1+2 = 3 & 1+2+3 = 6 & 1+2+3+4 = 10 & 1+2+3+4+5 = 15 & 1+2+3+4+5+6 = 21 \\
 1+3 = 4 & 1+3+5 = 9 & 1+3+5+7 = 16 & 1+3+5+7+9 = 25 & 1+3+5+7+9+11 = 36 \\
 1+4 = 5 & 1+4+7 = 12 & 1+4+7+10 = 22 & 1+4+7+10+13 = 35 & 1+4+7+10+13+16 = 51 \\
 1+5 = 6 & 1+5+9 = 15 & 1+5+9+13 = 28 & 1+5+9+13+17 = 45 & 1+5+9+13+17+21 = 66
 \end{array}$$

$$T_7 = 28 \quad T_8 = 36 \quad T_9 = 45 \quad T_{10} = 55 \quad T_{11} = 66 \quad T_{12} = 78$$

$$T_n = T_{n-1} + n \quad T_{25} = 325$$

$$T_n = \frac{n \cdot (n+1)}{2} \quad T_{50} = 1\,275 \quad T_{100} = 5\,050 \quad T_{999} = 499\,500$$

$$C_7 = 49 \quad C_8 = 64 \quad C_9 = 81 \quad C_{10} = 100 \quad C_{11} = 121 \quad C_{12} = 144$$

$$C_n = n^2$$

DRUHÉ MOCNINY

$$C_{30} = 1\,444$$

$$C_{111} = 12\,321$$

$$C_{529} = 279\,841$$

„Přisahám na toho, kdo dal našim duším tetraktys, zdroj a kořeny věčné přírody.“

$F_6(3) = F_3(5) = 15$, dále např. $F_7(5) = F_3(10) = 55$, $F_7(6) = F_4(9) = 81$

Posloupnost tvoří **trojúhelníková čísla**.

Např.: $30 = 3 + 6 + 21$

Např.: pro $a = 10$ je $(8 \cdot a + 1) = 81 = F_4(9)$

Např.: $C_8 = 64 = 36 + 28 = T_8 + T_7$

Každý n -tý řez vytvoří n nových dílů. Vznikne tak posloupnost **trojúhelníkových čísel zvětšených o jedničku**.



Použité zdroje:

Mozkolam: logické skládačky a hlavolamy, které rozhýbají mozek a představivost. Warszawa: De Agostini Polska, c2008, 16 s. ISBN 978-83-248-0860-1.

CHAJDA, Radek. *Hravá matematika*. Vyd. 1. Brno: Computer Press, 2009, 64 s. ISBN 978-80-251-2532-8.

Použité obrázky:

Stone [online]. © Angelo_Gemmi, 2008 [cit. 2014-11-20]. Dostupné z:

<https://openclipart.org/detail/17864/stone>

G Parchment Background or Border [online]. © Gerald_G, 2006 [cit. 2014-11-20]. Dostupné z:

<https://openclipart.org/detail/7889/g-parchment-background-or-border-1>

Tetraktis [online]. © 2008 [cit. 2014-11-20]. Dostupné z:

<http://www.ergoclicks.net/html/seastrings/entetraktys.html>

Makový frgál [online]. © Tombart, 2009 [cit. 2014-11-20]. Dostupné z:

http://cs.wikipedia.org/wiki/Frg%C3%A1l#/media/File:Makovy_frgal.jpg

Po stopách Fernão de Magalhãese

(zadání projektu)

1. strana

- životopisné údaje Magalhãese + jeho první plavby (před Velkou výpravou) doplněné o obrázky (portrét, loď, výjevy z cest a další ...) a další informace a zajímavosti
- výpočet obvodu Země podle Eratosthena – doplnění textu a výpočtů (*Příloha 1*)

2. strana (*Příloha 2*)

- mapa s trasou Magalhãesovy Velké výpravy s vyznačenými místy, kde
 - a) skončily svou plavbu jednotlivé lodě
 - b) byl zabit Magalhães
- doplňovačka místopisných bodů trasy
 - + vyznačení všech míst (pod uvedeným číslem) v mapě

3. strana (*Příloha 3*)

- vyhledání a doplnění odpovědí k otázkám, které se týkají Magalhãesovy výpravy

4. strana (*Příloha 4*)

- návrh kratší trasy (v současnosti) + popis dvou staveb, které to umožňují (obrázky, základní informace)

Doporučené zdroje:

<http://www.kompas.estranky.cz/clanky/historicke-okenko/fernao-de-magalhaes-zdenek-hubner.html>

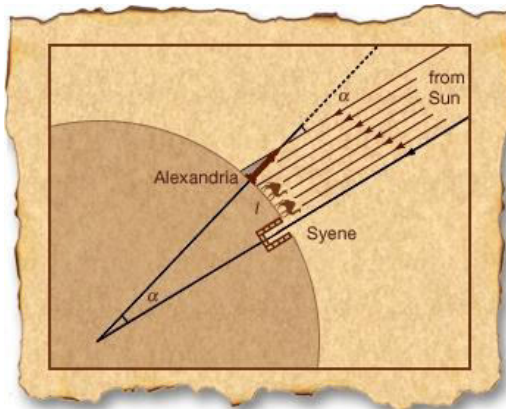
http://cs.wikipedia.org/wiki/Fern%C3%A3o_de_Magalh%C3%A3es

<http://www.cesktelevize.cz/ct24/svet/veda-a-technika/63368-magalhaes-syymi-vypravami-dokazal-ze-je-zeme-kulata>

Příloha 1

Obvod Země podle Eratosthena

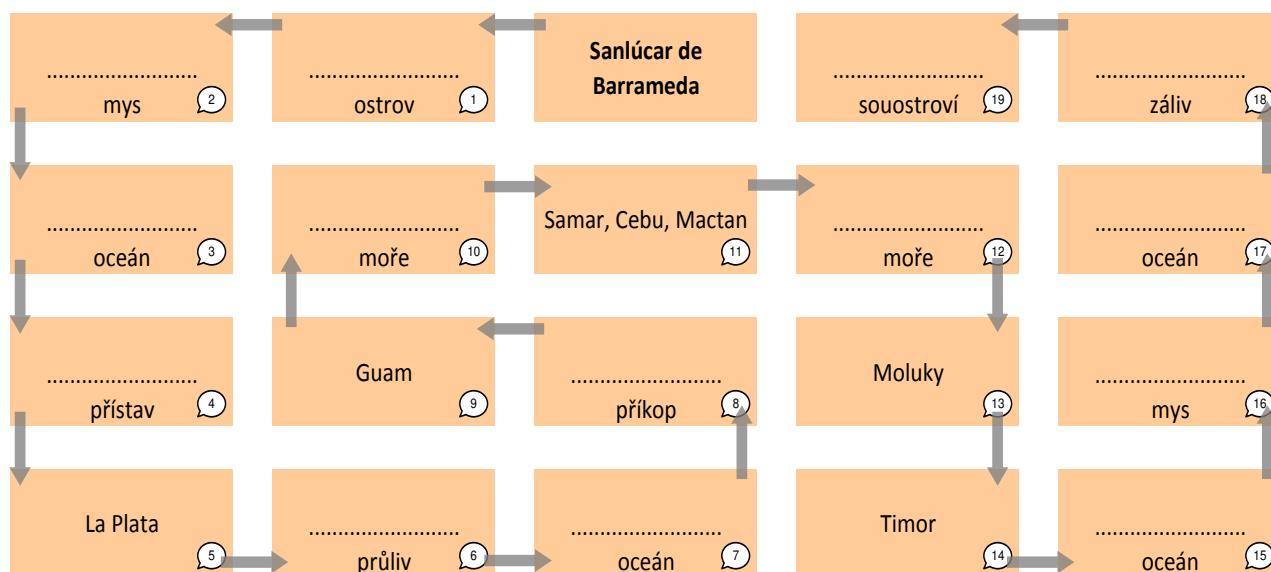
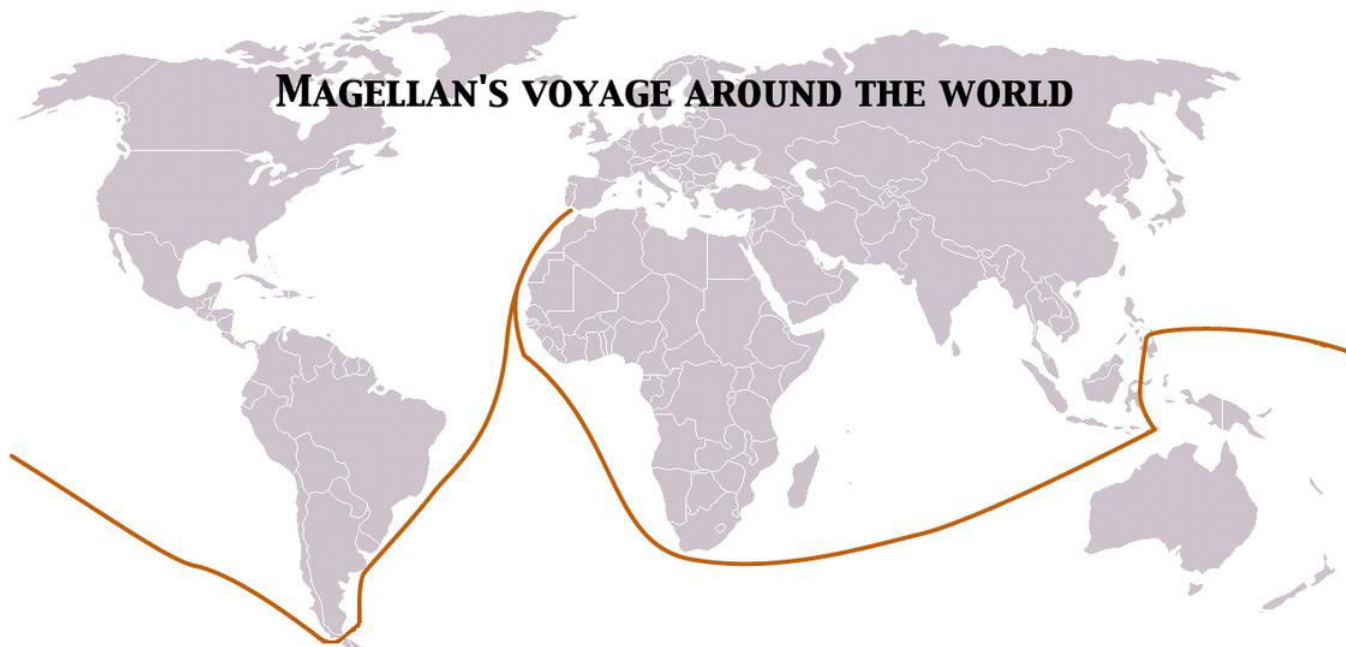
Eratosthenes (př. n . l) patřil k předním učencům své doby. Všiml si, že během letního slunovratu (června) je v Syene (dnešní) Slunce přímo nad hlavou a předměty tudíž nevrhají žádný stín. Proto v okamžiku, kdy sluneční paprsky dopadaly přímo na dno studny, změřil délku stínu věže v , která leží **5 000 stadií** severněji. Zjistil, že úhel, který svíraly paprsky s věží, je **7,2°**. To k určení obvodu Země postačilo. Změřený úhel je totiž shodný s úhlem mezi dvěma poloměry Země, spojujícími její střed s městy. A protože poměr tohoto úhlu k plnému úhlu (°) je stejný, jako poměr vzdálenosti měst k celému obvodu Země (**o**), stačí provést následující výpočet:



$$\boxed{} : \boxed{} = o : \boxed{} \quad \text{----->} \quad o = \boxed{} \text{ stadií}$$

Předpokládá se, že jedno stadium mělo asi 160 metrů. Odtud dostáváme délku obvodu Země km, což je velmi přesná hodnota.

Příloha 2



Příloha 3

1. Kdy a s kolika muži vyplula Magalhãesova výprava ze San Lúcaru?
2. Jak se jmenoval účastník plavby, který celou plavbu zdokumentoval?
3. Jak se jmenovaly lodě, které tvořily výpravu?
4. Jak posádka nazývala ananas, který živočich byl ant a který dnešní stát byl označován jako země Verzinská?
5. Kde a kdy došlo ve výpravě ke vzpouře?
6. Jak se dopadli důstojníci, kteří se pokusili o spiknutí a jak námořníci, kteří se k nim přidali?
7. Kdy ztroskotala loď Santiago (Sancto Iacobo)?
8. Kdy výprava objevila průliv kolem nejjižnějšího cípu jihoamerického kontinentu a jak se průliv dnes jmenuje?
9. Jak získala svůj název Ohňová země?
10. Proč loď San Antonio opustila výpravu?
11. Proč výpravě trvalo přeplutí Tichého oceánu téměř 4 měsíce?
12. Jak se dnes jmenují ostrovy, které Magalhães pojmenoval „Zlodějské“?
13. Kdy, kde a jak Magalhães zemřel?
14. Kdy zbylí členové posádky dopluli k Molukám a jakým kořením naplnili lodě?
15. Kolik mužů vyrazilo z Moluk na palubě Victorie na závěrečnou plavbu do Španělska?
16. Kdy a v kolika lidech dorazil zbytek výpravy do Španělska?

DOPLŇUJÍCÍ OTÁZKY:

Co bylo hlavním cílem Magalhãesovy výpravy a proč byla „klasická cesta“ komplikovaná?

Jaký byl osud lodí, které se z výpravy nevrátily?

Byli členové lodi Victoria jedinými, kdo se z výpravy vrátili do Španělska?

Příloha 4

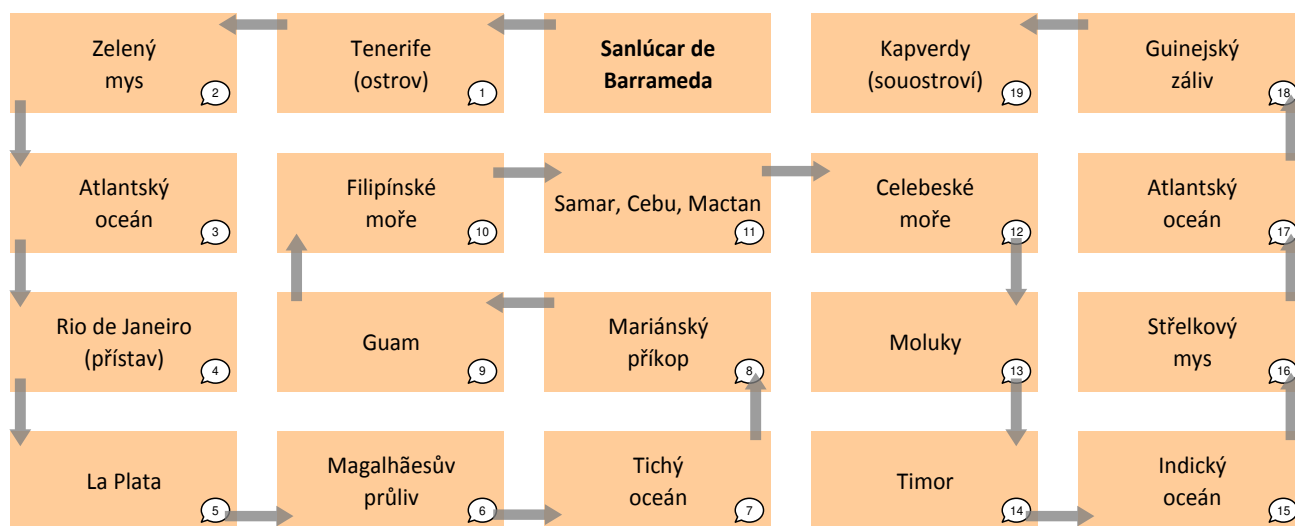


Řešení

Eratosthenes (270 – 190 př. n. l.) patřil k předním učencům své doby. Všiml si, že během letního slunovratu (21. června) je v Syene (dnešní **Asuán**) Slunce přímo nad hlavou a předměty tudíž nevrhají žádný stín. Proto v okamžiku, kdy sluneční paprsky dopadaly přímo na dno studny, změřil délku stínu věže v **Alexandrii**, která leží **5 000 stadií** severněji. Zjistil, že úhel, který svíraly paprsky s věží, je **7,2°**. To k určení obvodu Země stačilo. Změřený úhel je totiž shodný s úhlem mezi dvěma poloměry Země, spojujícími její střed s městy. A protože poměr tohoto úhlu k plnému úhlu (360 °) je stejný, jako poměr vzdálenosti měst k celému obvodu Země (o), stačí provést následující výpočet:

$$360 : 7,2 = o : 5\,000 \quad \text{----->} \quad o = 250\,000 \text{ stadií}$$

Předpokládá se, že jedno stadium mělo asi 160 metrů. Odtud dostáváme délku obvodu Země **40 000 km**, což je velmi přesná hodnota.



1. 20. září 1519 (10. srpna 1519 ze Sevilie)
2. Antonio Pigafetta
3. San Antonio, Santiago, Concepción, Trinidad, Victoria,
4. Piniová šiška, tapír, Brazílie
5. 1.-2.4. 1520 v přístavu Sv. Juliána
6. Jeden byl popraven (pověšen), dva byli vysazeni. Ostatní dostali více práce a méně potravin.
7. 22.5.1520
8. 21.10.1520, Magalhãesův
9. Podle stále planoucích ohňů, které udržovali místní obyvatelé.
10. Unesl ji zhrzený Stefan Gomes.
11. Magalhães nepředpokládal, že je oceán tak velký, posádku sužovaly kurděje a nedostatek potravin.
12. Mariany
13. 27.4.1521, na ostrově Mactan po zásahu otráveným šípem.
14. 6.11.1521 (téměř 27 měsíců od vyplutí), hřebíčkem
15. 47
16. 6. září r. 1522, 18 mužů

Cílem plavby bylo doplout na Moluky kvůli koření západní cestou. Mys Dobré naděje byl obsazen Portugalci. Během výpravy loď Santiago ztroskotala v Atlantském oceánu u břehů Jižní Ameriky, San Antonio dezertovala a vrátila se do Španělska, Concepción byla spálena při boji s domorodci na Filipínách, Trinidad byla zajata Portugalci na Molukách. Victoria jako jediná z pěti lodí výpravy obeplula zeměkouli. Do Španělska se vrátila posádka lodi San Antonio, dále tři členové posádky lodi Trinidad se vrátili z portugalského zajetí až v roce 1527 a několik členů posádky se ještě později vrátilo z portugalského zajetí u Kapverd.

Použité zdroje:

CHAJDA, Radek. *Hravá matematika*. Vyd. 1. Brno: Computer Press, 2009, 64 s. ISBN 978-80-251-2532-8.

Zdeněk Hübner: *Fernão de Magalhães*. [online]. © Zdeněk Hübner, 2011 [cit. 2014-10-3]. Dostupné z: <http://www.kompas.estranky.cz/clanky/historicke-okenko/fernao-de-magalhaes-zdenek-hubner.html>

Použité obrázky:

Map of Ferdinand Magellan's voyage around the world [online]. © Knutux, 2005 [cit. 2014-10-3].

Dostupné z:

<http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Magellan-Map-En.png#mediaviewer/File:Magellan-Map-En.png>
http://static.freepik.com/free-photo/simple-world-map-free-vector_42507.jpg

Snímky aplikace Google Earth